Przegląd Filozoficzny – Nowa Seria
R. 32: 2023, Nr 3 (127), ISSN 1230–1493
DOI: 10.24425/pfns.2023.148267

Mirosław Cześnik

Zrozumieć Wittgensteina dzięki Wolniewiczowi. Analiza jednego przykładu

What I cannot create, I do not understand.
Richard Feynman[1]

Słowa kluczowe: *miejsce logiczne, model quasi-geometryczny, niezależność zdań elementarnych, przestrzeń logiczna, relacyjna przestrzeń konfiguracyjna, „Tractatus logico-philosophicus", wymiar logiczny*

1. Wprowadzenie

Celem niniejszej pracy jest próba *zrozumienia* napisanego przez Ludwiga Wittgensteina *Traktatu logiczno-filozoficznego*. Biorąc pod uwagę rangę i charakter dzieła oraz szereg kontrowersji w zakresie jego interpretacji, zrozumienie *Traktatu* w pełnym znaczeniu tego słowa byłoby zbyt śmiałym przedsięwzięciem. W niniejszej pracy ograniczymy się do próby zrozumienia *Traktatu*, jaką będzie umiejętność stworzenia pewnego modelu poprawnie ujmującego podstawowe pojęcia ontologiczne i semantyczne tego dzieła.

Jako punkt wyjściowy do naszych rozważań przyjmiemy model *quasi*-geometryczny „ontologii faktów", zaproponowany przez Bogusława Wolniewicza w książce *Rzeczy i fakty* (Wolniewicz 1968, s. 68). Dla wielu czytelników zarówno *Traktatu*, jak i prac Wolniewicza model ten odgrywa ważną rolę –

Mirosław Cześnik, Uniwersytet Warszawski, Wydział Filozofii, ul. Krakowskie Przedmieście 3, 00-927 Warszawa; e-mail: m.czesnik2@student.uw.edu.pl, ORCID: 0009-0002-8536-3865.

Autor pragnie serdecznie podziękować prof. ucz. dr hab. Annie Wójtowicz za pomoc merytoryczną, cenne uwagi i wsparcie przy pisaniu niniejszej pracy.

[1] Napis znaleziony na tablicy Feynmana po jego śmierci (Gleick 1992, s. 437).

pozwala bowiem przełożyć abstrakcyjne pojęcia i definicje na konkretny, łatwy do zrozumienia przykład. Wolniewicz nazywa ten model „półgeometrycznym", gdyż nie używa się w nim pojęcia punktu materialnego w sensie pojęcia geometrycznego. Wynika to stąd, że żaden model czysto geometryczny – ani w ogóle matematyczny – nie daje, według Wolniewicza, zadowalającej interpretacji ontologii *Traktatu*. Zasadne jest więc pytanie, w jakim stopniu pojęcia występujące w modelu „półgeometrycznym" odpowiadają pojęciom *Traktatu* – czyli w jakim stopniu punkty materialne mogą reprezentować proste i niezmienne obiekty *Traktatu*, a odległości między nimi – relacje między tymi obiektami.

Wittgenstein nie podaje w *Traktacie* żadnego przykładu przedmiotu ani tym bardziej faktu atomowego. Zdaniem części badaczy odpowiedź na pytanie, czym są proste przedmioty, w ogóle nie jest możliwa (Maslov 1961; Maury 1977). Inni badacze (Anscombe 1959; Bizarro 2010; Bogucki 2018; Grasshoff 1997; Keyt 1963; Witkiewicz 1978) udzielają różnych, często sprzecznych odpowiedzi. Bertrand Russell w swojej przedmowie do *Traktatu* uznawał przedmioty za specyficzne byty spekulatywne (Russell 1922, s. XIII). Podobnie uważa Wojciech Sady, według którego „system *Traktatu* wymagał jedynie, aby przedmioty były proste i niezmienne (tak, aby zagwarantowane było istnienie znaczenia nazw) – i nic więcej" (Sady 1984, s. 25). Sam Wittgenstein, zapytany przez Normana Malcolma, czy kiedy pisał *Traktat*, w ogóle wybrał coś jako przykład „przedmiotu prostego", odpowiedział, że „uważał się wówczas za logika i nie do niego należało rozstrzyganie, czy to albo tamto jest przedmiotem prostym, czy złożonym, która to kwestia jest czysto empiryczna!" (Malcolm 2000, s. 96).

W niniejszej pracy nie będziemy rozważali, czy i w jakim stopniu pojęciom występującym w modelu „półgeometrycznym" Wolniewicza udaje się poprawnie reprezentować pojęcia występujące w *Traktacie*. Model „półgeometryczny" przyjmiemy jako punkt wyjścia do naszych rozważań oraz zbadamy, na ile pozwala on uchwycić podstawowe własności świata *Traktatu*. Można powiedzieć, że potraktujemy go jak znany z fizyki „model-zabawkę" (*toy model*), którego celem epistemicznym jest ułatwienie zrozumienia badanego zjawiska (Reutlinger 2018).

2. Podstawowe pojęcia ontologiczne i semantyczne *Traktatu*

Jest wiele znakomitych wprowadzeń do *Traktatu* i autor nie chciałby tu powtarzać ich ustaleń (por. np. Anscombe 1959; Fogelin 2006; Ramsey 1923; Russell 1922; Sady 1984; Wolniewicz 1968, 2004). W dalszej części pracy zakładamy, że dane są następujące podstawowe pojęcia występujące w *Traktacie* (tab. 1).

ŚWIAT	JĘZYK
PRZEDMIOT = to co proste, trwałe i niezmienne	**NAZWA** = znak prosty
STAN RZECZY = konfiguracja przedmiotów	**ZDANIE ELEMENTARNE** = związek nazw
FAKT ATOMOWY = istniejący stan rzeczy	**ZDANIE ELEMENTARNE PRAWDZIWE** = zdanie elementarne zgodne z rzeczywistością
SYTUACJA = możliwość istnienia i nieistnienia stanów rzeczy	**ZDANIE** (sensowne) = funkcja prawdziwościowa zdań elementarnych
FAKT = istnienie stanów rzeczy	**ZDANIE PRAWDZIWE** = zdanie zgodne z rzeczywistością
ŚWIAT = ogół faktów (istniejących stanów rzeczy)	**OBRAZ ŚWIATA** = ogół prawdziwych zdań elementarnych
PRZESTRZEŃ LOGICZNA w interpretacji ontologicznej = przestrzeń wszystkich światów możliwych	**PRZESTRZEŃ LOGICZNA w interpretacji semantycznej** = przestrzeń wszystkich możliwych zbiorów zdań elementarnych (obrazów światów możliwych)

Tabela 1. Podstawowe pojęcia teorii ontologicznej *Traktatu* oraz ich odpowiedniki semantyczne

Nazwy „przestrzeń logiczna w interpretacji ontologicznej" oraz „przestrzeń logiczna w interpretacji semantycznej" będą używane zamiennie odpowiednio z „przestrzenią logiczną ontologiczną" oraz „przestrzenią logiczną semantyczną".

3. Relacyjna przestrzeń konfiguracyjna

W niniejszym rozdziale wprowadzone zostanie pojęcie relacyjnej przestrzeni konfiguracyjnej, które w dalszej części wykorzystane będzie do opisu przestrzeni logicznej Wittgensteina.

Rozważmy układ składający się z N cząstek punktowych pozbawionych struktury wewnętrznej. Układ taki możemy opisać matematycznie na wiele różnych sposobów. Jednym z nich jest opis cząstek w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej, gdzie każdej cząstce są przypisane jej trzy współrzędne przestrzenne – co daje w rezultacie $3N$ współrzędnych. Alternatywnym sposobem opisu układu jest opis cząstek w wielowymiarowej przestrzeni konfiguracyjnej, gdzie każdy stopień swobody układu jest opisany za pomocą współrzędnej kartezjańskiej lub uogólnionej (Penrose 2011, s. 30). Współrzędne te są od siebie niezależne i każdej z nich odpowiada osobny wymiar przestrzeni konfiguracyjnej. Dla układu N cząstek w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej oznacza to równoważną $3N$-wymiarową przestrzeń konfiguracyjną, gdzie położenia wszystkich cząstek są reprezentowane przez pojedynczy punkt w wielowymiarowej przestrzeni konfiguracyjnej. Każdy punkt tej przestrzeni reprezentuje pewien kompletny opis układu N cząstek.

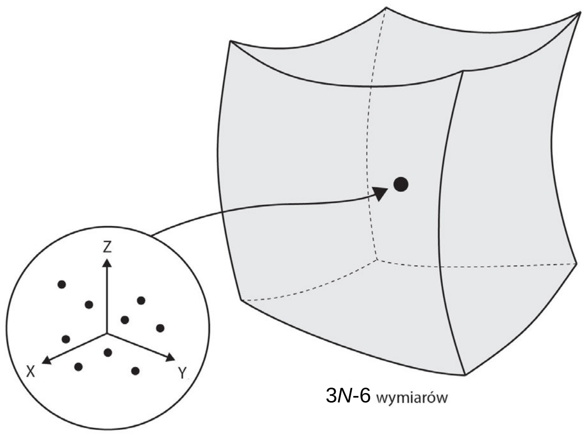
W tak zdefiniowanym opisie ukryte jest założenie co do realności istnienia absolutnego układu odniesienia – absolutnej przestrzeni, w której znajdują się cząstki. W XVIII wieku było ono przedmiotem słynnej polemiki między Samuelem Clarkiem a Gottfriedem Leibnizem dotyczącej natury przestrzeni i czasu (Leibniz 1969). Clarke, który reprezentował poglądy Newtona, twierdził, że istnieje absolutna przestrzeń, w której poruszają się ciała zgodnie z zasadami dynamiki Newtona, oraz absolutny czas, który płynie jednostajnie przez całą wieczność. Według Newtona absolutna przestrzeń i czas są niezależnymi aspektami obiektywnej rzeczywistości; oba te elementy są bardziej fundamentalne niż przedmioty – Newton mógł sobie wyobrazić pusty świat, ale nie świat bez przestrzeni i czasu.

Newtonowskiej koncepcji absolutnej przestrzeni i czasu przeciwstawiał się Leibniz, według którego przestrzeń i czas mają naturę relacyjną. Oznacza to, że przestrzeń i czas nie mają niezależnego statusu ontologicznego, lecz są tylko relacjami między obiektami. O ile wszechświat Newtona można wyobrazić sobie jako pusty – nie istnieją żadne obiekty, a mimo to absolutna przestrzeń i czas egzystują, o tyle z punktu widzenia Leibniza stwierdzenie, że świat jest pusty, oznacza automatycznie nieistnienie przestrzeni i czasu.

Alternatywnym sposobem opisu układu cząstek, zgodnym z zasadą relacyjności Leibniza, jest opis cząstek w wielowymiarowej przestrzeni konfiguracyjnej, gdzie współrzędne uogólnione stanowią odległości między poszczególnymi cząstkami (Barbour 2018, s. 78). Przedstawienie takie jest zgodne z intuicją fizyczną, według której relacyjny opis układu cząstek jest jednoznacznie wyznaczony przez podanie wszystkich odległości między cząstkami. Dla N cząstek istnieje dokładnie $N(N-1)/2$ takich odległości. Mówimy w takim przypadku o *relacyjnej przestrzeni konfiguracyjnej*.

Należy zwrócić uwagę, że jedynie $3N-6$ z tych odległości jest niezależnych. Wynika to z ogólnej własności geometrii euklidesowej, według której do opisu relacyjnego układu N cząstek wystarczy podanie $3N-6$ współrzędnych relacyjnych (Barbour 1982). Prowadzi to do nieoczekiwanej konsekwencji. Zauważmy, że jeśli mamy przynajmniej 5 cząstek (tzn. dla $N \geqslant 5$), to $N(N-1)/2 > 3N-6$. Oznacza to, że dla $N \geqslant 5$ podanie wszystkich odległości między cząstkami daje nadmiarowy zbiór współrzędnych. Te nadmiarowe odległości nie mogą zatem być wybierane w sposób dowolny; są one określone przez $N(N-1) / 2 - (3N-6)$ istniejących między nimi zależności algebraicznych (Barbour 1997).

Na poniższym rysunku (rys. 1) przedstawiona jest symbolicznie relacyjna przestrzeń konfiguracyjna dla układu *N* cząstek. Opis cząstek w relacyjnej przestrzeni konfiguracyjnej różni się od opisu w przestrzeni euklidesowej lub zwykłej przestrzeni konfiguracyjnej tym, że gdybyśmy taki układ cząstek przesunęli lub obrócili, to z punktu widzenia relacyjnej przestrzeni konfiguracyjnej układy te nie różniłyby się między sobą – byłyby to te same konfiguracje cząstek.



Rysunek 1. Relacyjna przestrzeń konfiguracyjna dla układu *N* cząstek punktowych

4. Prosty model *quasi*-geometryczny ontologii faktów

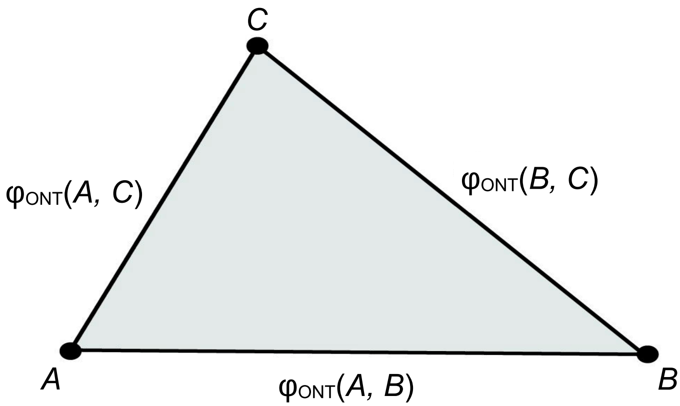
W niniejszym rozdziale omówimy prosty model *quasi*-geometryczny ontologii faktów zaproponowany przez Wolniewicza (1968, s. 68).

W modelu tym zakłada się, że świat składa się tylko z trzech rzeczy – rozumianych na wzór hertzowskich punktów materialnych, reprezentujących przedmioty w sensie *Traktatu* (Bizarro 2010; Grasshoff 1997), oraz z trzech faktów – odległości między tymi rzeczami. Przyjmujemy więc następujący sposób interpretacji:

rzeczy – punkty materialne A, B, C,
ogół rzeczy – zbiór $\{A, B, C\}$,
fakty – rzeczywiste odległości między punktami materialnymi A, B, C, wyrażone liczbowo w jakiejś ustalonej jednostce miary przez równania postaci: (f_i): $\varphi_{ONT}(X, Y) = x$,
ogół faktów – zbiór wszystkich równań prawdziwych postaci (f_i),
świat – trójkąt o wierzchołkach A, B, C.

W tak zdefiniowanym świecie, reprezentowanym przez trójkąt ABC (patrz rys. 2), mamy trzy i tylko trzy fakty, a mianowicie:

(f_1) $\varphi_{\mathrm{ONT}}(B, C) = a$,
(f_2) $\varphi_{\mathrm{ONT}}(A, C) = b$,
(f_3) $\varphi_{\mathrm{ONT}}(A, B) = c$.



Rysunek 2. Model świata trójkątnego ABC

Spróbujemy skonstruować przestrzeń logiczną wszystkich możliwych stanów rzeczy, w której będziemy mogli zobrazować powyższy trójkątny model świata. Wykorzystamy do tego celu pojęcie relacyjnej przestrzeni konfiguracyjnej, które zostało wprowadzone wcześniej.

Jako współrzędne uogólnione przestrzeni logicznej przyjmiemy następujące funkcje zdaniowe:

$\varphi_{\mathrm{ONT}}(B, C) = x$,
$\varphi_{\mathrm{ONT}}(A, C) = y$,
$\varphi_{\mathrm{ONT}}(A, B) = z$.

W tak zdefiniowanej relacyjnej przestrzeni konfiguracyjnej wybrane punkty tej przestrzeni reprezentują pewne możliwe światy trójkątne. Światy te składają się z możliwych stanów rzeczy. Pewne stany rzeczy istnieją (fakty pozytywne), zaś pewne stany rzeczy nie istnieją (fakty negatywne). Gdy dany świat trójkątny składa się wyłącznie z istniejących stanów rzeczy, to świat ten istnieje.

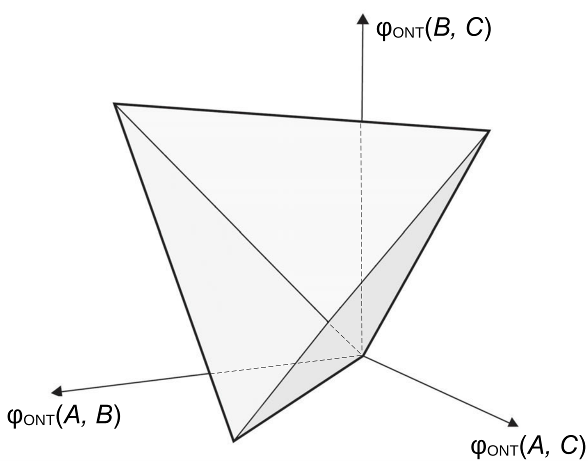
W relacyjnej przestrzeni konfiguracyjnej możemy zobrazować wszystkie możliwe światy trójkątne. W przypadku naszego modelu oznacza to wszystkie światy, dla których może istnieć trójkąt wyznaczony przez punkty A, B, C.

Warunkiem istnienia trójkąta jest to, że suma długości jego dwóch dowolnych boków jest większa lub równa długości boku trzeciego. Jest to równoważne następującym warunkom matematycznym:

$$\varphi_{\mathrm{ONT}}(A, B) + \varphi_{\mathrm{ONT}}(A, C) \geqslant \varphi_{\mathrm{ONT}}(B, C),$$
$$\varphi_{\mathrm{ONT}}(B, C) + \varphi_{\mathrm{ONT}}(A, B) \geqslant \varphi_{\mathrm{ONT}}(A, C),$$
$$\varphi_{\mathrm{ONT}}(A, C) + \varphi_{\mathrm{ONT}}(B, C) \geqslant \varphi_{\mathrm{ONT}}(A, B).$$

Dodatkowym warunkiem, który przyjmujemy, jest to, że odległość między dwoma dowolnymi punktami A, B, C wyznaczającymi wierzchołki trójkąta musi być większa od zera.

Z tak zdefiniowanych warunków otrzymujemy następującą bryłę geometryczną – odwrócony czworościan foremny o nieograniczonej wysokości, o wierzchołku wychodzącym z początku układu współrzędnych, reprezentującą przestrzeń logiczną wszystkich możliwych światów trójkątnych (rys. 3).



Rysunek 3. Odwrócony czworościan foremny reprezentujący przestrzeń logiczną wszystkich możliwych światów trójkątnych

W rozważanym modelu przestrzeń logiczną należy rozumieć jako przestrzeń ograniczoną do obszaru wyznaczonego przez odwrócony czworościan foremny, czyli do przestrzeni wszystkich światów logicznie możliwych. Punkty relacyjnej przestrzeni konfiguracyjnej leżące poza tym obszarem nie reprezentują światów możliwych, czyli nie wchodzą w zakres przestrzeni logicznej.

Dotychczas rozważaliśmy przestrzeń logiczną dla światów składających się z trzech cząstek punktowych. Natomiast w zasadzie nic nie stoi na przeszkodzie, żeby rozważać światy składające się z dowolnej liczby cząstek.

5. Miejsce logiczne wyznaczone przez zdanie sensowne w przestrzeni logicznej

W niniejszym rozdziale omówimy pojęcie miejsca logicznego wyznaczonego przez zdanie w przestrzeni logicznej semantycznej.

> 3.4 Zdanie wyznacza pewne miejsce w przestrzeni logicznej. Istnienie tego miejsca logicznego jest zagwarantowane istnieniem samych składników, istnieniem sensownego zdania.
>
> 5.101 [...] Te możliwości prawdziwościowe dla argumentów prawdziwościowych zdania, przy których jest ono prawdziwe, nazywam podstawami prawdziwości zdania (Wittgenstein 2004, s. 19, 42).

Niech α będzie dowolnym zdaniem sensownym wygenerowanym ze zbioru zdań elementarnych. Zgodnie z tezą 5 *Traktatu*: „Każde zdanie jest funkcją prawdziwościową zdań elementarnych". Wiemy też, że świat jest całkowicie opisany przez podanie wszystkich prawdziwych zdań elementarnych. A zatem każdy możliwy świat wyznacza wartość logiczną każdego zdania elementarnego oraz wszystkich zdań w ogóle. Te możliwe światy, w których α byłoby prawdziwe, Wittgenstein nazywa „podstawami prawdziwości zdania" (teza 5.101), zaś ich ogół – „miejscem logicznym" wyznaczonym przez to zdanie w przestrzeni logicznej (teza 3.4) (Wolniewicz 2004, s. XVI).

6. Problem niezależności zdań elementarnych

Wittgenstein w *Traktacie* przypisuje zdaniom elementarnym następujące własności:

(1) zdania elementarne są wzajemnie niezależne logicznie:
   (a) zdania elementarnego nie można wyprowadzić z innego zdania elementarnego,
   (b) zdanie elementarne nie może być sprzeczne z innym zdaniem elementarnym;
(2) zdanie elementarne cechuje pewna prostota logiczna – zdania elementarnego nie da się już dalej rozkładać przez analizę logiczną;
(3) zdanie elementarne jest funkcją prawdziwościową samego siebie;
(4) zdania elementarne wyznaczają wartości logiczne innych zdań.

Zastanawiający jest fakt, że Wittgenstein nie podaje w *Traktacie* żadnego przykładu zdania elementarnego. Pojęcie zdania elementarnego przedstawione jest jedynie jako pewna konstrukcja teoretyczna, na którą nakłada się pewne warunki, niczego poza tymi warunkami o niej nie przesądzając. Według Hansa-Johanna Glocka nie wynika to z agnostycyzmu Wittgensteina, lecz, jak to określił, z trudności, z jakimi Wittgenstein się zmagał „z pogodzeniem przesądów dotyczących prostoty z wytycznymi logiki” (Glock 2001, s. 399). Zasadne jest więc pytanie: czy w ogóle możliwe jest podanie realnych przykładów zdań elementarnych, a co za tym idzie, czy możliwe jest konstruowanie modeli, których podstawowymi składnikami są zdania elementarne?

6.1. Niezależność zdań elementarnych

Niezależność zdań elementarnych będziemy rozumieli zgodnie z następującą definicją (Wójtowicz 2001):

Definicja 1
Zbiór zdań A jest zbiorem zdań niezależnych zawsze i tylko wtedy, gdy $\forall\alpha \in A$ istnieje świat, w którym prawdziwe jest $\{\alpha\} \cup (A - \{\alpha\})$, i istnieje świat, w którym prawdziwe jest $\{\neg\, \alpha\} \cup (A - \{\alpha\})$.

Jest to tzw. semantyczne rozumienie niezależności, wynikające z tezy 1.21 *Traktatu*.

1.21 Jedno może być faktem lub nie być, a wszystko inne pozostać takie samo (Wittgenstein 2004, s. 5).

Zgodnie z powyższą definicją, zbiór A jest zbiorem zdań niezależnych zawsze i tylko wtedy, gdy dla dowolnego zdania $\alpha \in A$ zarówno α, jak i jego negacja mogą się zrealizować łącznie ze wszystkimi pozostałymi zdaniami w tym zbiorze. Innymi słowy, niezależność zdań elementarnych należy rozumieć tak, że jeżeli pewne zdanie elementarne jest w pewnym możliwym świecie prawdziwe, to istnieje taki możliwy świat, w którym prawdziwa jest jego negacja, a cała reszta jest w obu światach taka sama.

Zauważmy, że niezależność nie jest cechą pojedynczego zdania, ale całego zbioru zdań. Stąd będziemy rozważać nie tyle, co to znaczy, że pewne dwa zdania są niezależne, ale co to znaczy, że pewien zbiór zdań jest zbiorem zdań niezależnych.

6.2. Pojęcie wymiaru logicznego

W niniejszym rozdziale przedstawimy skrótowo, na podstawie pracy Anny Wójtowicz (2018), podstawowe pojęcia ontologii sytuacji (***Os***) Wolniewicza. W szczególności omówimy kluczowe pojęcie wymiaru logicznego oraz pokażemy, jak można wyróżnić za pomocą tego pojęcia zbiory zdań niezależnych.

Ontologia sytuacji jest wynikiem dokonanej przez Wolniewicza (1982, 1985) formalizacji ontologii zawartej w *Traktacie*. Jednym z podstawowych pojęć w ***Os*** jest pojęcie sytuacji elementarnej. Jest ono pojęciem pierwotnym tej teorii. Intuicyjnie, przez sytuację elementarną należy rozumieć każdy ze sposobów, w jaki dane zdanie może się zrealizować (Omyła 2019, s. 16).

Wolniewicz pojęcie sytuacji elementarnej charakteryzuje w sposób ścisły przez podanie jedenastu dość skomplikowanych aksjomatów. Sytuacje elementarne tworzą pewien zbiór (oznaczony przez *SE*), na którym Wolniewicz dodatkowo określa relację $\leq$. Dla dowolnych sytuacji elementarnych x, $y \in SE$, wyrażenie $x \leq y$ czytamy: sytuacja elementarna x zachodzi w sytuacji elementarnej y. Podstawową rolę w ***Os*** odgrywają sytuacje elementarne atomowe – tzn. minimalne, niepodzielne fragmenty rzeczywistości, które są składnikami wszystkich innych sytuacji. Wolniewicz zakłada, że zbiór *SE* jest pewnego rodzaju kratą ograniczoną z góry przez sytuację największą – sprzeczną, oraz z dołu przez sytuację najmniejszą – pustą.

Wolniewicz następnie definiuje relację wzajemnej niezgodności między sytuacjami (będziemy ją dalej oznaczać przez $\perp$):

Definicja 2
Dla dowolnych sytuacji x, $y \in SE$:
$\perp(x, y)$ zawsze i tylko wtedy, gdy najmniejsza sytuacja, w której obie zachodzą, to sytuacja niemożliwa.

Relacja ta pozwala na wyróżnienie sytuacji niezgodnych – to jest sytuacji, które nie zachodzą jednocześnie w żadnym świecie możliwym. Zdefiniowana przez Wolniewicza relacja niezgodności ma na zbiorze sytuacji atomowych (oznaczonym dalej przez *SA*) następujące własności: jest symetryczna, przeciwzwrotna oraz przechodnia. Trzecia z własności nie jest wcale oczywista, ale wynika z jednego z aksjomatów charakteryzujących ***Os***, który mówi, że jeśli dwie sytuacje atomowe są niezgodne z jakąś trzecią, to są niezgodne między sobą.

Wolniewicz, na bazie relacji niezgodności, definiuje na zbiorze sytuacji atomowych *SA* relację równoważności $\sim$:

Definicja 3
Dla dowolnych x, $y \in SA$:
$x \sim y$ zawsze i tylko wtedy, gdy $\perp(x, y)$ lub $x = y$.

Relacja $\sim$ generuje na zbiorze *SA* pewne klasy abstrakcji. Są to zbiory takich sytuacji atomowych, które są wzajemnie ze sobą niezgodne. Wolniewicz nazywa te klasy abstrakcji wymiarami logicznymi. Ich zbiór będziemy oznaczać przez *D*.

Definicja 4

Niech dana będzie krata (SE, $\leq$), wyróżniony w niej zbiór SA i określona na nim relacja $\sim$.

Rodzinę zbiorów sytuacji atomowych D nazywamy zbiorem wymiarów logicznych zawsze i tylko wtedy, gdy $D = SA/\sim$.

Zbiór wymiarów logicznych D jest więc strukturą ilorazową zdefiniowaną na zbiorze sytuacji atomowych za pomocą relacji $\sim$. Każdy wymiar logiczny jest przynajmniej dwuelementowy. Jeżeli dany wymiar logiczny obejmuje dokładnie dwa elementy, to jest on wymiarem minimalnym. Intuicyjnie wymiary logiczne możemy utożsamiać z parametrami światów możliwych, gdzie każdy świat możliwy zawiera dokładnie po jednej sytuacji z każdego wymiaru.

6.3. Wyróżnienie zbioru stanów rzeczy oraz zbioru zdań elementarnych

Pojęcia wypracowane w ***Os*** mają bezpośrednie zastosowanie do *Traktatu*, zarówno do części ontologicznej, jak i semantycznej. W szczególności pozwalają na zdefiniowanie zbioru stanów rzeczy oraz odpowiadającego mu zbioru zdań elementarnych.

Zbiór stanów rzeczy jest charakteryzowany w *Traktacie* jako zbiór sytuacji prostych i wzajemnie niezależnych:

2.061 Stany rzeczy są od siebie niezależne.
2.062 Z istnienia lub nieistnienia jednego stanu rzeczy nie można wnosić o istnieniu lub nieistnieniu drugiego (Wittgenstein 2004, s. 8–9).

W ogólności zbiór sytuacji atomowych SA nie ma takiej własności – sytuacje atomowe mogą być ze sobą wzajemnie niezgodne, a więc nie są niezależne. Mając jednak pojęcie wymiaru logicznego, możemy taki zbiór (oznaczany dalej przez SA^+) zdefiniować (Wójtowicz 2018, s. 185).

Definicja 5

Niech dana będzie krata (SE, $\leq$) i rodzina wymiarów logicznych tej kraty $D = \{D_i\}_{i \in N}$.

Zbiór stanów rzeczy SA^+ to dowolny zbiór taki, że:

i) $\forall x_i \in SA^+ \ \exists! D_i \in D \ x_i \in D_i$,
ii) $\forall x_i \in SA^+ \ \exists y \in SP \ [x_i \leq y \wedge \forall x_j \in SA^+ \ (x_i \neq x_j \Rightarrow \neg \ (x_j \leq y))]$,
iii) $\forall x_i \in SA^+ \ \exists y \in \mathrm{SP} \ [\neg \ (x_i \leq y) \wedge \forall x_j \in SA^+ \ (x_i \neq x_j \Rightarrow (x_j \leq y))]$,

gdzie SP jest zbiorem wszystkich światów możliwych (przestrzenią logiczną ontologiczną).

Według definicji zaproponowanej przez Wójtowicz, zbiorem stanów rzeczy SA^{+} może być jakikolwiek zbiór, który z każdego wymiaru bierze dokładnie po jednym elemencie. Musi on dodatkowo składać się z takich sytuacji atomowych, które są od siebie niezależne nie tylko parami, ale również w tym sensie, że każda z nich może zachodzić w pewnym świecie możliwym, w którym nie zachodzi żadna z pozostałych (warunek ii), i odwrotnie – nie zachodzić w pewnym świecie możliwym, w którym zachodzą wszystkie pozostałe (warunek iii).

Powyższe rozumowanie w analogiczny sposób można przeprowadzić dla pojęć semantycznych *Traktatu*, gdzie odpowiednikiem sytuacji atomowych są zdania atomowe – tj. możliwie najprostsze zdania, które spełniają te same warunki co zdania elementarne, z wyjątkiem warunku wzajemnej niezależności logicznej.

Kluczowym w tym przypadku jest pojęcie korelatu semantycznego zdania, przez który rozumie się sytuację przedstawianą przez to zdanie (Wolniewicz 1978). W przypadku zdania atomowego korelatem semantycznym jest przedstawiana przez to zdanie sytuacja atomowa. W przypadku negacji zdania atomowego korelatem semantycznym jest reszta wymiaru logicznego pozostała po odjęciu korelatu danego zdania atomowego.

Postępując analogicznie jak w przypadku sytuacji atomowych, otrzymujemy w rezultacie zbiór zdań atomowych (oznaczony dalej przez ZA), z którego w dalszej kolejności możemy wydzielić zbiór zdań elementarnych (oznaczony dalej przez ZA^{+}), będący odpowiednikiem semantycznym zbioru stanów rzeczy SA^{+}. Oczywiście takich różnych zbiorów może być bardzo dużo (tyle, ile różnych światów możliwych jest w danej kracie) i trudno któryś z nich niearbitralnie wyróżnić. Tym można w szczególności tłumaczyć to, że w *Traktacie* nie jest nigdzie podany konkretny przykład zdania elementarnego, które odnosi się do stanu rzeczy. Wymagałoby to bowiem wyróżnienia jednego – wśród wielu możliwych – zbioru stanów rzeczy czy też zbioru zdań elementarnych.

7. Prosty model semantyki zdań sensownych

W niniejszym rozdziale przedstawiony zostanie odpowiednik semantyczny (obraz) omawianego wcześniej prostego modelu *quasi*-geometrycznego ontologii faktów wraz z interpretacją semantyczną odpowiadającej mu przestrzeni logicznej. Przeprowadzona zostanie szczegółowa analiza modelu ze szczególnym uwzględnieniem wymiarów logicznych oraz kwestii niezależności zdań elementarnych. Na zakończenie określimy dla omawianego modelu podstawy prawdziwościowe i miejsca logiczne wyznaczone w przestrzeni logicznej semantycznej przez różnego rodzaju zdania.

7.1. Model semantyczny świata trójkątów *ABC*

Rozważmy ponownie świat składający się z trzech rzeczy – punktów materialnych reprezentujących przedmioty w sensie *Traktatu*, oraz z trzech faktów – odległości między nimi.

Przyjmujemy następujący sposób interpretacji:

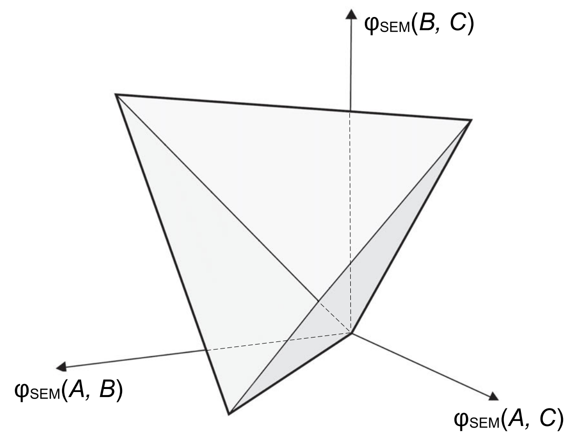
nazwy – nazwy *A*, *B*, *C* punktów materialnych,
ogół nazw – zbiór $\{A, B, C\}$,
zdania atomowe prawdziwe – zdania określające rzeczywistą odległość między punktami materialnymi o nazwach *A*, *B*, *C*, wyrażoną liczbowo w jakiejś ustalonej jednostce miary przez równania postaci (g_i): $\varphi_{\mathrm{SEM}}(X, Y) = s(x)$,
ogół zdań atomowych prawdziwych – zbiór wszystkich równań prawdziwych postaci (g_i),
obraz świata – ogół zdań atomowych prawdziwych opisujących świat trójkątów *ABC*.

W tak zdefiniowanym modelu obraz świata reprezentowany jest przez ogół prawdziwych zdań atomowych o postaci:

(g_1) $\varphi_{\mathrm{SEM}}(B, C) = p(a)$,
(g_2) $\varphi_{\mathrm{SEM}}(A, C) = q(b)$,
(g_3) $\varphi_{\mathrm{SEM}}(A, B) = r(c)$,

gdzie *a*, *b*, *c* reprezentują odpowiednio długości boków *BC*, *AC* i *AB*.

Rys. 4 przedstawia przestrzeń logiczną semantyczną będącą odpowiednikiem przestrzeni logicznej ontologicznej z rys. 3. Jako współrzędne uogólnione tej przestrzeni przyjmiemy następujące funkcje zdaniowe:



Rysunek 4. Przestrzeń logiczna semantyczna wszystkich możliwych światów trójkątnych

$\varphi_{\mathrm{SEM}}(B, C) = p(x)$,
$\varphi_{\mathrm{SEM}}(A, C) = q(y)$,
$\varphi_{\mathrm{SEM}}(A, B) = r(z)$.

Przestrzeń logiczną semantyczną świata trójkątów *ABC* (oznaczaną dalej przez *S*) możemy zapisać jako:

$$S = \{(p(x), q(y), r(z)) \colon x, y, z \in \mathbb{R}_{+} \wedge (x + y) \geqslant z \wedge (x + z) \geqslant y \wedge (y + z) \geqslant x\},$$

gdzie $p(x)$, $q(y)$, $r(z)$ są funkcjami zdaniowymi, a $\mathbb{R}_{+}$ zbiorem liczb rzeczywistych dodatnich.

W tak zdefiniowanej przestrzeni logicznej każdy punkt tej przestrzeni reprezentuje obraz pewnego możliwego świata trójkątnego. Obrazy tych światów składają się ze zdań atomowych – $p(a)$, $q(b)$, $r(c)$ dla ustalonych a, b, c. Pewne zdania atomowe są prawdziwe, zaś pewne są fałszywe. Gdy obraz świata składa się z ogółu prawdziwych zdań atomowych, wtedy jest obrazem świata istniejącego.

7.2. Wymiar logiczny i niezależność zdań elementarnych w świecie trójkątów *ABC*

W rozważanym powyżej modelu zdania atomowe mają ogólną postać $s(d)$, gdzie s określa jeden z boków trójkąta *ABC*, zaś d jest długością tego boku. Zdania postaci $s(d)$ w sposób oczywisty nie spełniają warunku niezależności, ponieważ dla danego boku trójkąta zdanie $s(d)$ nie może być jednocześnie prawdziwe dla dwóch różnych długości tego boku.

Powyższy przykład wydaje się problematyczny, ponieważ zawsze, gdy dany bok trójkąta ma pewną cechę, w tym przypadku jakąś długość, to tym samym nie może mieć jednocześnie innej wykluczającej się cechy – innej długości. Zatem wydaje się, że zdania reprezentujące długości boków trójkąta nie spełniają warunku niezależności, a tym samym nie mogą być zdaniami elementarnymi. W sukurs tutaj przychodzi Wolniewicz, który zdawał sobie sprawę z powyższego problemu (znanego pod nazwą problemu ekskluzji kolorów) i zaproponował jego rozwiązanie w ramach opracowanej przez siebie ontologii sytuacji (***Os***) (Wolniewicz 1982, 1985).

W dalszej części przedstawimy, na przykładzie omawianego modelu semantycznego świata trójkątów *ABC*, pojęcie wymiaru logicznego i pokażemy, jak można wyróżnić za pomocą tego pojęcia zbiory zdań elementarnych. Punktem wyjściowym do niniejszych rozważań będą zdania atomowe utożsamiane ze zdaniami określającymi długości boków trójkąta *ABC*. Dla rozważanego modelu mamy następujący zbiór zdań atomowych (oznaczony przez ZA):

$$ZA = \{p(x), q(y), r(z): x, y, z \in \mathbb{R}_+\},$$

gdzie $p(x)$, $q(y)$, $r(z)$ są zdaniami atomowymi określającymi odpowiednio długości boków BC, AC oraz AB, a $\mathbb{R}_+$ jest zbiorem liczb rzeczywistych dodatnich.

Zakładamy, że w naszych światach możliwych dozwolona jest każda kombinacja długości boków trójkąta pod warunkiem, że spełniony jest warunek istnienia trójkąta. Jednocześnie żaden bok trójkąta nie może mieć dwóch różnych długości. Oznacza to, że sytuacja niezgodności zachodzi między następującymi zdaniami:

$$\forall x, y \perp[p(x), p(y)],$$
$$\forall x, y \perp[q(x), q(y)],$$
$$\forall x, y \perp[r(x), r(y)].$$

Zgodnie z def. 3 powyższe równania implikują:

$$\forall x, y\ (p(x) \sim p(y)),$$
$$\forall x, y\ (q(x) \sim q(y)),$$
$$\forall x, y\ (r(x) \sim r(y)).$$

W powyższym przypadku każdy wymiar logiczny składa się z nieograniczonej liczby zdań atomowych:

$$\text{Długość}_{BC} = \{p(x): x \in \mathbb{R}_+\},$$
$$\text{Długość}_{AC} = \{q(y): y \in \mathbb{R}_+\},$$
$$\text{Długość}_{AB} = \{r(z): z \in \mathbb{R}_+\}.$$

Zbiór wymiarów logicznych D jest w rozważanej kracie sytuacji trójelementowy, bo mamy trzy klasy abstrakcji wyznaczone przez relację równoważności $\sim$:

$$D = \{\text{Długość}_{BC}, \text{Długość}_{AC}, \text{Długość}_{AB}\}.$$

W rozważanym modelu liczba zdań atomowych należących do każdego wymiaru kraty jest nieprzeliczalna, a zatem mamy nieskończenie wiele możliwych światów. Kandydatem na zbiór zdań elementarnych ZA^+ dla powyższego modelu (jednym z nieskończenie wielu do wyboru) jest np. zbiór $\{p(5), q(4), r(3)\}$.

7.3. Miejsce logiczne wyznaczone w przestrzeni logicznej semantycznej świata trójkątów *ABC*

W niniejszym rozdziale przedstawione zostaną miejsca logiczne wyznaczone przez różnego rodzaju zdania w przestrzeni logicznej świata trójkątów *ABC*. Miejsca te odpowiadają ogółowi możliwych światów, w których dane zdania byłyby prawdziwe.

7.3.1. Miejsce logiczne wyznaczone przez zdanie atomowe

Rozważmy dowolne zdanie atomowe $p(a)$. Określimy podstawy prawdziwościowe zdania $p(a)$ – możliwe światy, w których $p(a)$ byłoby prawdziwe – oraz miejsce logiczne wyznaczone przez $p(a)$ w przestrzeni logicznej S – ogół podstaw prawdziwościowych zdania $p(a)$.

Określimy, jakie warunki muszą spełniać możliwe światy, żeby $p(a)$ było w nich prawdziwe. Ustalmy dowolne a', b', c'.

Dany punkt przestrzeni logicznej $(p(a'), q(b'), r(c')) \in S$ stanowi podstawę prawdziwościową zdania atomowego $p(a)$ zawsze i tylko wtedy, gdy zachodzi:

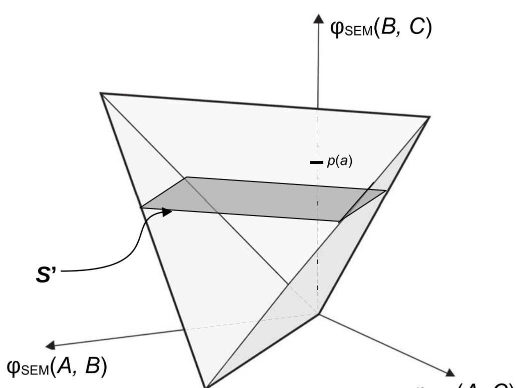
$$\{p(a'), q(b'), r(c')\} \vdash p(a).$$

Powyższe wnioskowanie jest prawdziwe, gdy $a' = a$.

Miejscem logicznym wyznaczonym przez zdanie $p(a)$ w przestrzeni logicznej S stanowi podzbiór $S' \subseteq S$:

$$S' = \{(p(a), q(y), r(z)): y, z \in \mathbb{R}_+ \wedge (a + y) \geqslant z \wedge (a + z) \geqslant y \wedge (y + z) \geqslant a\}.$$

Miarą luzu zdania $p(a)$ jest liczba jego podstaw prawdziwościowych. Rysunek 5 przedstawia płaszczyznę przecięcia S' obrazującą miejsce logiczne wyznaczone przez zdanie $p(a)$ w przestrzeni logicznej S.



Rysunek 5. Miejsce logiczne S' wyznaczone przez zdanie atomowe $p(a)$ w przestrzeni logicznej S

7.3.2. Miejsce logiczne wyznaczone przez koniunkcję zdań atomowych

Rozważmy dowolne zdania atomowe $p(a)$ i $q(b)$. Określimy podstawy prawdziwościowe oraz miejsce logiczne wyznaczone w przestrzeni logicznej S przez koniunkcję zdań $p(a) \wedge q(b)$.

Określimy, jakie warunki muszą spełniać możliwe światy, żeby $p(a) \wedge q(b)$ było w nich prawdziwe. Ustalmy dowolne a', b', c'.

Dany punkt przestrzeni logicznej $(p(a'), q(b'), r(c')) \in S$ stanowi podstawę prawdziwościową koniunkcji $p(a) \wedge q(b)$ zawsze i tylko wtedy, gdy zachodzi:

$$\{p(a'), q(b'), r(c')\} \vdash p(a) \wedge q(b).$$

Powyższe wnioskowanie jest prawdziwe, gdy $a' = a$ oraz $b' = b$.

Miejscem logicznym wyznaczonym przez koniunkcję $p(a) \wedge q(b)$ w przestrzeni logicznej S stanowi podzbiór $S^* \subseteq S$ będący iloczynem zbiorów S' – miejsca logicznego wyznaczonego przez zdanie $p(a)$ w przestrzeni logicznej S, oraz S” – miejsca logicznego wyznaczonego przez zdanie $q(b)$ w przestrzeni logicznej S:

$$S^* = S' \cap S'',$$

gdzie:

$$S' = \{(p(a), q(y), r(z)) \colon y, z \in \mathbb{R}_+ \wedge (a + y) \geqslant z \wedge (a + z) \geqslant y \wedge (y + z) \geqslant a\},$$
$$S'' = \{(p(x), q(b), r(z)) \colon x, z \in \mathbb{R}_+ \wedge (x + b) \geqslant z \wedge (x + z) \geqslant b \wedge (b + z) \geqslant x\}.$$

Zwróćmy uwagę, że iloczyn zbiorów S' oraz S'' wyznacza w przestrzeni logicznej S odcinek prostej. Gdybyśmy rozważali koniunkcję trzech zdań atomowych $p(a) \wedge q(b) \wedge r(c)$, to jej miejsce logiczne byłoby wyznaczone przez przecięcie trzech płaszczyzn – czyli byłby to punkt w przestrzeni logicznej S. Punkt ten reprezentowałby świat możliwy wyznaczony przez zdania $p(a)$, $q(b)$ oraz $r(c)$.

7.3.3. Miejsce logiczne wyznaczone przez tautologię

Rozważmy dowolną tautologię α. Określimy podstawy prawdziwościowe tautologii α oraz miejsce logiczne wyznaczone przez α w przestrzeni logicznej S.

Ustalmy dowolne a', b', c'. Dany punkt przestrzeni logicznej $(p(a'), q(b'), r(c')) \in S$ stanowi podstawę prawdziwościową tautologii α zawsze i tylko wtedy, gdy zachodzi:

$$\{p(a'), q(b'), r(c')\} \vdash \alpha.$$

Powyższe wnioskowanie jest prawdziwe dla każdego punktu przestrzeni logicznej *S*, w związku z czym każdy punkt przestrzeni logicznej *S* stanowi podstawę prawdziwościową tautologii α.

Zatem miejscem logicznym wyznaczonym przez tautologię w przestrzeni logicznej *S* jest cała przestrzeń *S*.

7.3.4. Miejsce logiczne wyznaczone przez kontrtautologię

Rozważmy dowolną kontrtautologię β. Określimy podstawy prawdziwościowe kontrtautologii β oraz miejsce logiczne wyznaczone przez β w przestrzeni logicznej *S*.

Ustalmy dowolne *a'*, *b'*, *c'*. Dany punkt przestrzeni logicznej $(p(a'), q(b'), r(c')) \in S$ stanowi podstawę prawdziwościową kontrtautologii β zawsze i tylko wtedy, gdy zachodzi:

$$\{p(a'), q(b'), r(c')\} \vdash \beta.$$

Powyższe wnioskowanie jest fałszywe dla każdego punktu przestrzeni logicznej *S*, w związku z czym żaden punkt przestrzeni logicznej *S* nie stanowi podstawy prawdziwościowej kontrtautologii β. Zatem miejscem logicznym wyznaczonym przez kontrtautologię w przestrzeni logicznej *S* jest zbiór pusty Ø.

7.3.5. Miejsce logiczne wyznaczone przez negację zdania atomowego

Zdanie atomowe $p(a)$ wyznacza w przestrzeni logicznej ogół możliwych światów, w których $p(a)$ byłoby prawdziwe. Zasadne jest pytanie: co wyznacza negacja zdania atomowego $p(a)$? Odpowiedź na to pytanie znajdujemy w tezie 4.0641 *Traktatu*, która mówi, że: „Zdanie przeczące wyznacza pewne miejsce logiczne zdania zaprzeczonego, opisując to pierwsze jako położone na zewnątrz drugiego", jak również w definicji Wolniewicza dotyczącej pojęcia korelatu semantycznego zdania (Wolniewicz 1978).

Rozważmy zdanie atomowe $p(a)$. Określimy podstawy prawdziwościowe negacji zdania $p(a)$ oraz miejsce logiczne wyznaczone przez $\neg\, p(a)$ w przestrzeni logicznej *S*.

Ustalimy, jakie warunki muszą spełniać możliwe światy, żeby stanowiły podstawę prawdziwościową zdania $\neg\, p(a)$. Ustalmy dowolne *a'*, *b'*, *c'*. Dany punkt przestrzeni logicznej $(p(a'), q(b'), r(c')) \in S$ stanowi podstawę prawdziwościową zdania $\neg\, p(a)$ zawsze i tylko wtedy, gdy zachodzi:

$$\{p(a'), q(b'), r(c')\} \vdash \neg\, p(a)].$$

W kontekście tezy 4.0641 *Traktatu*, powyższe wnioskowanie jest prawdziwe gdy $a' \neq a$.

Zatem miejscem logicznym w przestrzeni S wyznaczonym przez negację zdania atomowego $p(a)$ jest dopełnienie zbioru $S' \subseteq S$, gdzie S' stanowi miejsce logiczne wyznaczone przez zdanie $p(a)$ w przestrzeni logicznej S:

$$(S')^C = S \setminus S' = S \setminus \{(p(a), q(y), r(z)) \colon y, z \in \mathbb{R}_+ \wedge (a + y) \geqslant z \wedge (a + z) \geqslant y \wedge (y + z) \geqslant a\}.$$

8. Zakończenie

W pracy pokazano, że zaproponowany przez Bogusława Wolniewicza model *quasi*-geometryczny, w którym przedmioty reprezentowane są przez punkty materialne, a fakty przez odległości między tymi punktami, jest znakomitym przykładem dla ontologii faktów *Traktatu* Wittgensteina. Pozwala bowiem przełożyć abstrakcyjne pojęcia i definicje na konkretny, łatwy do zrozumienia przykład i dzięki temu uchwycić podstawowe własności świata *Traktatu*, a co za tym idzie – lepiej zrozumieć dzieło Wittgensteina.

W pierwszej części pracy pokazano, na przykładzie modelu *quasi*-geometrycznego ontologii faktów Wolniewicza, że można skonstruować w oparciu o relacyjną przestrzeń konfiguracyjną odpowiadającą temu modelowi przestrzeń logiczną w interpretacji ontologicznej. W drugiej części pracy przedstawiono obraz – odpowiednik semantyczny omawianego modelu – wraz z interpretacją semantyczną odpowiadającej mu przestrzeni logicznej. Ponadto dla powyższego modelu omówiono problem niezależności zdań elementarnych oraz przedstawiono miejsca logiczne wyznaczone przez różnego rodzaju zdania w przestrzeni logicznej w interpretacji semantycznej.

Bibliografia

Anscombe G.E.M. (1959), *An Introduction to Wittgenstein's Tractatus*, London: Harper.

Barbour J. (1997), *Nows are all we need*, w: H. Atmanspacher, E. Ruhnau (red.), *Time, Temporality, Now: Experiencing Time and Concepts of Time in an Interdisciplinary Perspective*, Heidelberg: Springer, s. 201–216.

Barbour J. (2018), *Koniec czasu. Nowa rewolucja w fizyce*, przeł. T. Lanczewski, Kraków: Copernicus Center Press.

Barbour J., Bertotti B. (1982), *Mach's principle and the structure of dynamical theories*, „Proceedings of the Royal Society" (London) A 382, s. 295–306.

Bizarro S. (2010), *A Hertzian Interpretation of Wittgenstein's Tractatus*, „Eidos: Revista de Filosofía de La Universidad Del Norte" 13, s. 150–165.

Bogucki K. (2018), *Nazwy i przedmioty w „Traktacie logiczno-filozoficznym”*, „Filozofia Nauki” 26 (4), s. 111–129.

Fogelin R.J. (2006), *Wittgenstein*, London: Routledge.

Gleick J. (1992), *Genius: The Life and Science of Richard Feynman*, New York: Pantheon.

Glock H.-J. (2001), *Słownik Wittgensteinowski*, przeł. M. Hernik, M. Szczubiałka, Warszawa: Wydawnictwo Spacja.

Grasshoff G. (1997), *Hertzian objects in Wittgenstein's Tractatus*, „British Journal for the History of Philosophy” 5 (1), s. 87–120.

Keyt D. (1963), *Wittgenstein's notion of an object*, „Philosophical Quarterly” 13 (50), s. 13–25.

Leibniz G.W. (1969), *Polemika z S. Clarke'iem*, przeł. S. Cichowicz, H. Krzeczkowski, w: G.W. Leibniz, *Wyznanie wiary filozofa i inne pisma filozoficzne*, red. S. Cichowicz, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe, s. 319–448.

Malcolm N. (2000), *Ludwig Wittgenstein. Wspomnienie*, Warszawa: KR.

Maslov A. (1961), *A Study in Wittgenstein's Tractatus*, Berkeley: University of California Press.

Maury A. (1977), *The Concept of Sinn and Gegenstand in Wittgenstein's Tractatus*, „Acta Philosophica Fennica” 29 (4), North-Holland.

Omyła M. (2019), *O ontologii sytuacji Bogusława Wolniewicza*, w: B. Wolniewicz, *Ontologia sytuacji*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.

Penrose R. (2011), *Cykle czasu. Nowy niezwykły obraz Wszechświata*, przeł. B. Bieniok, E.L. Łokas, Warszawa: Prószyński i S-ka.

Ramsey F.P. (1923), *Critical Notice of L. Wittgenstein's „Tractatus”*, „Mind” 32 (128), s. 465–478.

Reutlinger A., Hangleiter D., Hartmann S. (2018), *Understanding (With) Toy Models*, „The British Journal for the Philosophy of Science” 69 (4), s. 1069–1099.

Russell B. (1922), *Introduction to Ludwig Wittgenstein's „Tractatus Logico-Philosophicus”*, w: L. Wittgenstein, *Tractatus Logico-Philosophicus*, London: Kegan Paul, s. IX–XXV.

Sady W. (1984), *Język i świat. Wprowadzenie do „Traktatu logiczno-filozoficznego”*, „Colloquia Communia” 2 (13), s. 11–47.

Witkiewicz S.I. (1978), *Krytyka poglądów Ludwika Wittgensteina*, w: tenże, *Zagadnienie psychofizyczne*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe, s. 168–237.

Wittgenstein L. (2004), *Tractatus logico-philosophicus*, przeł. B. Wolniewicz, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.

Wolniewicz B. (1968), *Rzeczy i fakty*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Wolniewicz B. (1978), *Sytuacje jako korelaty semantyczne zdań*, „Studia Filozoficzne” 2, s. 27–41.

Wolniewicz B. (1982), *A formal ontology of situations*, „Studia Logica” 41 (4), s. 381–413.

Wolniewicz B. (1985), *Ontologia sytuacji*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Wolniewicz B. (2004), *O „Traktacie”*, w: L. Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, s. VII–XLII.

Wójtowicz A. (2001), *Spór o zdania atomowe*, „Przegląd Filozoficzny – Nowa Seria” 3 (39), s. 123–138.
Wójtowicz A. (2018), *Jak tworzy się dobre formalizacje?*, „Przegląd Filozoficzny – Nowa Seria” 3 (107), s. 175–188.

Mirosław Cześnik

How to Understand Wittgenstein Using Wolniewicz’s Insight: A Case Study

Keywords: *independence of elementary propositions, logical dimension, logical place, logical space, quasi-geometrical model, relative configuration space, „Tractatus Logico-Philosophicus”*

The aim of this paper is to develop an understanding of Ludwig Wittgenstein’s *Tractatus Logico-Philosophicus* by creating a model that correctly captures its basic ontological and semantic concepts. In the first part of the paper, the author argues, by using an example from Bogusław Wolniewicz’s quasi-geometric ontological model of facts, that it is possible to construct a logical space interpreted ontologically by projecting it upon relational spatial configurations. In the second part of the paper, a semantic picture of this model is presented and a corresponding logical space in a semantic interpretation is constructed. In this model, the concept of independence of elementary propositions is analysed. It relies on the concepts of ‘logical dimension’ and ‘logical places’ in logical space, which are identified for various types of propositions when they are given semantic interpretation.