



MEZZOTINT/SHUTTERSTOCK.COM

Moneta stojąca na rancie
wyobraża stan kwantowej
superpozycji

TYPOWE I ATYPOWE EWOLUCJE UKŁADÓW KWANTOWYCH

Wszystkie dane otrzymane z rozmaitych doświadczeń dotyczących fizyki mikroświata są zgodne z przewidywaniami teorii kwantowej. Czy są jeszcze obszary dotyczące mechaniki kwantowej, których nie znamy?

Karol Życzkowski

Institut Fizyki Teoretycznej
Uniwersytet Jagielloński w Krakowie
Centrum Fizyki Teoretycznej PAN
w Warszawie

Ważnym zadaniem fizyki jest opis badanego układu oraz prognoza jego ewolucji w czasie. W przypadku układów klasycznych próbujemy wyznaczyć warunki początkowe układu, określić działające siły, a następnie podać równanie ruchu i znaleźć jego rozwiązanie. Jeśli układ nie jest chaotyczny, czyli dynamika nie zmienia się istotnie przy małej zmianie warunków początkowych, możemy opisać przybliżoną ewolucję układu w czasie.

Fizyka kwantowa opisuje układy w skali mikro, rzędu pojedynczego atomu lub jeszcze mniejszej skali cząstek elementarnych. W takim przypadku nie jesteśmy w stanie określić położenia ani pędu poszczególnej cząstki, a teoria pozwala jedynie analizować pytania o prawdopodobieństwo, że dana cząstka zostanie zarejestrowana w określonym obszarze przestrzeni. Podstawowym pojęciem jest stan kwantowy, rozumiany jako matematyczne narzędzie do wyliczania prawdopodobieństwa otrzymania danego wyniku pomiaru. Pomiar kwantowy zmienia stan układu, a wyniki pomiaru dwóch cząstek przygotowanych w tym samym stanie nie muszą być identyczne.

Świat gra

Klasyczna teoria prawdopodobieństwa przypisuje rzetelnej monecie wirującej w powietrzu stan $(1/2, 1/2)$, gdyż oba możliwe zdarzenia są równo prawdopodobne. Zdarzenie pewne O – jak „orzeł” – opisujemy wektorem $|0\rangle = (1, 0)$, a przeciwne zdarzenie R – jak „reszka” – oznaczamy wektorem $|1\rangle = (0, 1)$. Mechanika kwantowa dopuszcza istnienie stanu superpozycji, oznaczanego symbolem $|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)$, który daje równe prawdopodobieństwa obu wyników, lecz można

go odwracalnie przekształcić w jedno z dwóch zdarzeń pewnych.

Rzucając dwoma rozróżnialnymi monetami, otrzymamy jeden z czterech możliwych wyników: OO, OR, RO, RR. Teoria kwantowa przewiduje znacznie większy zbiór możliwych stanów. Najciekawszym z nich jest stan Bella, zapisywany jako $(|00\rangle + |11\rangle)$. Jeśli dwie monety znalazłyby się w takim stanie kwantowym, to znając wynik rzutu jedną monetą, moglibyśmy dokładnie przewidzieć wynik drugiego rzutu, gdyż będzie on identyczny. Klasyczne monety nie wykazują takich cech, a takie niecodzienne korelacje wyników charakteryzują tzw. kwantowe stany splątane. Splątanie kwantowe, oznaczające silne nieklasyczne korelacje wyników pomiarów, jest wykorzystywane w protokołach kwantowej teleportacji, kwantowej

Przetwarzanie informacji kwantowej może być szybsze i efektywniejsze niż przetwarzanie informacji klasycznej.

dystrybucji klucza kryptograficznego oraz wielu algorytmach obliczeń kwantowych. Efekt kwantowego splątania nie jest sprzeczny z zasadami teorii względności, gdyż nie pozwala na przekazanie informacji z prędkością nadświetlną.

W pracy Rather i in. z 2022 roku przedstawiono konstrukcję nowego stanu kwantowego układu czterech podukładów o sześciu poziomach każdy. Gdyby cztery zwyczajne kości do gry wprowadzić w taki stan, to pomiar przeprowadzony na dowolnie wybranej parze kości pozwoli na określenie wyniku pomiaru pozostałych dwóch. Taki stan umożliwia realizację nowego protokołu teleportacji kwantowej, generuje oryginalny kod kwantowej korekcji błędów oraz może być stosowany do testowania komputerów kwantowych. Pozwala też na rozwiązanie kwantowej wersji kombinatorycznego problemu 36 oficerów Eulera.



**prof. dr hab.
Karol Życzkowski**

Jest fizykiem, pracuje na Uniwersytecie Jagiellońskim i w Centrum Fizyki Teoretycznej PAN. Do jego zainteresowań należą mechanika kwantowa, informacja kwantowa, chaos i dynamika nieliniowa, a także matematyka stosowana i teoria wyborów. Od stycznia 2023 roku kieruje Oddziałem PAN w Krakowie.
karol@cft.edu.pl

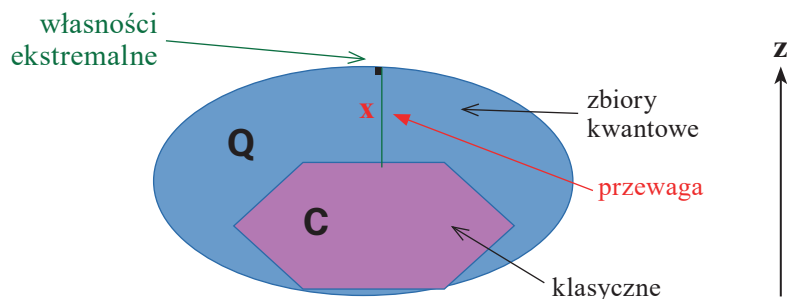
K♦	Q♠	A♣
Q♣	A♦	K♠
A♠	K♣	Q♦

Kwadrat Eulera o boku 3: karty w każdym wierszu i kolumnie mają różny kolor i różną wartość

Biorąc do ręki 9 kart: po 3 asy, 3 króle oraz 3 damy w trzech kolorach, nietrudno jest ułożyć kwadrat tak, by w każdym wierszu i w każdej kolumnie znajdowała się tylko jedna karta danego koloru i danej wysokości. W 1779 roku Leonhard Euler zauważył, że takie układy istnieją dla 16 i 25 kart, lecz takiego kwadratu nie da się zbudować z 36 kart w 6 kolorach o 6 różnych wartościach. Motywacją był praktyczny problem optymalnego rozmieszczenia grupy 36 oficerów w czasie parady wojskowej w Petersburgu, po sześciu przedstawicieli różnych szarż dla każdego z sześciu rodzajów broni. Ścisły dowód twierdzenia o nieistnieniu takiego deseni kombinatorycznego podał Gaston Tarry w 1900 roku. Kwantowy stan układu czterech kości znaleziony 121 lat później stanowi rozwiązanie kwantowego problemu Eulera, w którym w każdym z 36 pól kwadratu dopuszcza się kwantowe stany splątane, reprezentowane przed układ kilku kart.

Kluczowym parametrem opisującym dany układ jest jego wymiar d , równy liczbie stanów rozróżnialnych. Przykładowo, dla jednej monety, dwóch monet, kostki oraz układu dwóch kostek wymiar d wynosi kolejno 2, 4, 6 i 36. Stan kwantowy opisujemy macierzą gęstości ρ o wymiarze d (dodatkowo półokreślona macierz hermitowska o śladzie jednostkowym). W najprostszym przypadku, $d = 2$, układ kwantowy jest nazywany kubitem, a zbiór Ω_2

Zbiór stanów klasycznych C jest zawarty w zbiorze Q stanów kwantowych. Ten sam szkic przedstawia także klasyczne i kwantowe operacje oraz korelacje, a także algorytmy i technologie. Oś z wyznacza wybraną funkcję celu, a odległość x ilustruje quantum advantage



wszystkich stanów kwantowych tworzy trójwymiarową kulę Blocha. Dla $d > 2$ zbiór Ω_d stanowi zwarty zbiór wypukły zanurzony w przestrzeni rzeczywistej o wymiarze $d^2 - 1$. Za typowy stan kwantowy uznajemy stan wylosowany według jednostajnej miary na całym zbiorze stanów Ω_d .

Przedstawiony stan kwantowy układu czterech cząstek jest nietypowy, gdyż stopień jego splątania jest znacznie większy od wartości odniesienia charakteryzującej typowe stany losowe. Takie stany o ekstremalnych własnościach i silnym stopniu kwantowego splątania, leżące na brzegu zbioru Ω , mogą być przydatne w przetwarzaniu informacji kwantowej.

Fizyka opisuje przyszłość

Ewolucje układów kwantowych w czasie przedstawiamy, opisując, jak macierz gęstości ρ , a więc prawdopodobieństwa uzyskania danych wyników pomiarów, zmienia się w czasie. W przypadku układu kwantowego izolowanego od otoczenia jego unitarną ewolucję opisaną równaniem Heisenberga nietrudno sobie wyobrazić jako sztywny obrót zbioru Ω_d w przestrzeni o wymiarze $d^2 - 1$. W ogólniejszym przypadku układu oddziaływającego z otoczeniem dynamika nie jest odwracalna, a zbiór stanów Ω_d podlega kontrakcji.

W stroboskopowym opisie dynamiki układu porównujemy kolejne klatki filmu i czas odmierzamy w jednostkach dyskretnej, $t = 1, 2, 3, \dots$ W tym przypadku jednostkową ewolucję macierzy gęstości zadaje operacja kwantowa Φ (całkowicie dodatnie odwzorowanie zachowujące ślad macierzy) przez relację: $\rho_{t+1} = \Phi(\rho_t)$. W alternatywnym podejściu zwiększamy częstość próbkowania i w granicznym przypadku przechodzimy do opisu układu czasie ciągłym, $\rho(t) = e^{tL}\rho(0)$, gdzie t oznacza czas, a L to generator Lindblada, determinujący trajektorię w zbiorze Ω_d macierzy gęstości.

Warto podkreślić znaczny wkład polskiej szkoły Romana Stanisława Ingardena (1920–2011), nestora toruńskiej fizyki teoretycznej, w rozwój kwantowej teorii układów otwartych: praca Andrzeja Jamiołkowskiego z 1972 roku, dotycząca odwzorowań dodatnich, pozwoliła na konstrukcję często stosowanego dziś izomorfizmu Choi-Jamiołkowskiego, które przyporządkowuje operacji kwantowej Φ stan kwantowy σ w poszerzonym zbiorze Ω_{d^2} . Z kolei w 1976 roku Andrzej Kossakowski został współautorem fundamentalnej pracy, w której podano kompletny opis nieunitarnej ewolucji układu kwantowego w czasie ciągłym, niezależnie od równoległego artykułu G. Lindblada.

Zbiór operacji kwantowych Φ przekształcających zbiór stanów Ω_d w siebie tworzy zbiór wypukły o wymiarze $d^4 - d^2$. Podobnie jak w przypadku stanów można rozważać operacje typowe, generowane przy wykorzystaniu teorii macierzy losowych, a używając teorii operatorów – analizować ich widmo i zbiór sta-



PAULINA RAICHEL-MIĘDZIOĆ

Rozwiązanie kwantowej wersji problemu 36 oficerów Eulera zawiera w każdym polu kwadratu o boku 6 spletany stan 2 lub 4 kart. Każde pole odpowiada stanowi 4 kości, opisujących kolejno wiersz kwadratu, jego kolumnę, kolor karty i jej wartość

nów niezmienniczych. Uzyskane wyniki służą jako punkt odniesienia do badań operacji nietypowych, o bardzo szczególnych własnościach. Jeśli przestrzeń stanów Ω_d potraktujemy jako scenę, na której rozgrywa się akcja algorytmu kwantowego, to operacje kwantowe odgrywają rolę elementarnych epizodów, z których autor może komponować swoją sztukę.

Obliczenia klasyczne i kwantowe

Przetwarzanie informacji kwantowej może być szybsze i efektywniejsze niż przetwarzanie informacji klasycznej, gdyż zbiór stanów kwantowych, zawierający stany kwantowej superpozycji oraz stany spletane, jest znacznie większy niż zbiór stanów klasycznych. Analogicznie zbiór przekształceń stanów klasycznych stanowi jedynie mały fragment znacznie większego zbioru operacji kwantowych. Innymi słowy, autor sztuki pisanej wedle reguł mechaniki kwantowej ma do dyspozycji obszerniejszą scenę i więcej możliwości rozwijania akcji dramatu niż jego kolega tworzący algorytm klasyczny.

Jednakże praktyczna realizacja algorytmów kwantowych nie jest prosta: o ile obliczenia klasyczne są wykonywane deterministycznie i przeprowadzane poprawnie dadzą poszukiwany rezultat, to obliczenia kwantowe pozwolą uzyskać oczekiwany wynik jedynie z określonym pewnym prawdopodobieństwem, więc schemat obliczeniowy trzeba powtarzać.

Nieuniknione oddziaływanie procesora kwantowego z otoczeniem powoduje błędy w obliczeniach oraz zanik kwantowych własności układu i jego przejście do stanu klasycznego. Taki efekt, zwany dekoherencją układu, zachodzi stosunkowo szybko. Obecnie opracowane realizacje doświadczalne procesorów kwantowych umożliwiają wykonanie jedynie kilkudziesięciu operacji na kilkudziesięciu kubitach, co nie pozwoli na skomplikowane rachunki.

Nie wiemy jeszcze, czy i kiedy zostanie przekroczony magiczny próg kwantowej przewagi obliczeniowej, kiedy to komputer kwantowy rozwiąże konkretne pożyteczne zadanie obliczeniowe szybciej niż komputery klasyczne. Za to teoria informacji kwantowej, stanowiąca pomost między fizyką teoretyczną i doświadczalną, informatyką oraz wieloma działami matematyki, jest szybko rozwijającą się dziedziną nauki o coraz większym znaczeniu praktycznym.

W roku 2024 European Research Council postanowił przyznać ERC Advanced Grant na realizację projektu autora zatytułowanego „Typical and Atypical structures in quantum theory” (tytuł zainspirowany działalnością Fundacji Atypowa, wspierającej osoby w spektrum autyzmu). Projekt badawczy będzie wykonywany w Instytucie Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu Jagiellońskiego. Jego głównym celem będzie zbadanie własności typowych stanów i operacji kwantowych, a także identyfikacja wyróżnionych struktur o ekstremalnych własnościach, przydatnych do przetwarzania informacji kwantowej oraz tworzenia nowych technologii kwantowych.

Chcesz wiedzieć więcej?

Chruściński D., Pascasio S., *A brief history of the GKLS equation*, „Open Systems & Information Dynamics” 2017.

Gorini V., Kossakowski A., Sudarshan E.C.G., *Completely positive dynamical semigroups of N-level systems*, „Journal of Mathematical Physics” 1976.

Jamiolkowski A., *Linear transformations which preserve trace and positive semidefiniteness of operators*, „Reports on Mathematical Physics” 1972.

Kukulski R., Nechita I., Paweła Ł., Puchała Z., Życzkowski K., *Generating random quantum channels*, „Journal of Mathematical Physics” 2021.

Lindblad G., *On the generators of quantum dynamical semigroups*, „Communications in Mathematical Physics” 1976.

Rajchel-Mieldzioc G., Bruzda W., Burchardt A., Życzkowski K., *36 spletanych oficerów z Petersburga*, „Delta” 3/2023.

Rather S.A., Burchardt A., Bruzda W., Rajchel-Mieldzioc G., Lakshminarayan A., Życzkowski K., *Thirty-six entangled officers of Euler*, „Physical Review Letters” 2022.