

TADEUSZ FRANIK\*

## **Analiza produktywności branży górnictwa węgla kamiennego w Polsce z wykorzystaniem funkcji produkcji**

### **Słowa kluczowe**

Górnictwo, górnictwo węgla kamiennego, funkcja produkcji, produktywność górnictwa

### **Streszczenie**

W artykule aproksymowano parametry strukturalne funkcji produkcji dla branży górnictwa węgla kamiennego w Polsce. W wyniku reformy przeprowadzanej w górnictwie zmieniają się relacje między nakładami takich czynników produkcji jak praca i kapitał a uzyskiwanymi efektami produkcyjnymi. Funkcja produkcji pozwala badać elastyczność czynników produkcji, możliwości ich substytucji, produktywność i produktywność krańcową pracy ludzkiej i zaangażowanego kapitału, wpływu czynnika postępu techniczno-organizacyjnego na produkcję a także, w pewnym zakresie, określać zapotrzebowanie w przyszłości na analizowane czynniki produkcji w przypadku zmiany wielkości produkcji lub warunków wykorzystania czynników, szczególnie kapitału, czyli zakresu inwestowania w górnictwie.

### **Wprowadzenie**

Restrukturyzacja kopalń węgla kamiennego w swej makroekonomicznej istocie prowadzi do zmiany nakładów czynników stosowanych w procesie produkcyjnym i inwestycyjnym. Nadrzędnym celem takich działań jest zawsze poprawa ekonomicznej efektywności procesów wytwórczych. Badanie relacji występujących pomiędzy zmianami nakładów czynników produkcji a zmianami wielkości produkcji jest zagadnieniem zasadniczym dla oceny

---

\* Dr inż., Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków.

i analizy wyników procesu wydobywczego. W miarę dokładne wyznaczenie tych zależności dla poszczególnych czynników zaangażowanych w procesie wydobywczym, niezależnie od poziomu ich agregacji (kopalnia, spółka górnicza, branża, sekcja przemysłu), pozwala na obiektywną ocenę dotychczasowej działalności. To z kolei może stanowić podstawę do podejmowania racjonalnych decyzji określających środki i sposoby planowania rozmiarów produkcji, likwidacji niedociągnięć, lepszego i intensywniejszego wykorzystania zasobów czynników produkcji i wprowadzania osiągnięć postępu techniczno-organizacyjnego.

Analiza zasobów czynników produkcji w badaniu ich wpływu na efekty produkcyjne nie wyczerpuje jednak zespołu parametrów charakteryzujących procesy produkcyjne. Zazwyczaj istnieją bowiem przyczyny naturalne (geograficzne, geologiczne lub przyrodnicze), które uniemożliwiają stosowanie poszczególnych procesów powyżej pewnego poziomu produkcji. Ponadto w analizach krótkookresowych należy uwzględnić społeczne ograniczenia procesów produkcyjnych, które wynikają z ograniczonej ilości środków przeznaczonych na rozwój danej gałęzi przemysłu w krótkim okresie.

### **1. Znaczenie funkcji produkcji w badaniu procesów wydobywczych w górnictwie**

Funkcja produkcji może stanowić pewien matematyczny model procesu gospodarczego. Ujmuje ona zależność między nakładami pracy żywej, przedmiotów pracy i trwałych środków pracy a ilością (lub wartością) wytworzonego produktu. Analityczne ujęcie zależności pomiędzy czynnikami produkcji a wynikami gospodarczymi ma duże znaczenie w badaniu produktywności czynników produkcji i efektywności procesów gospodarowania. Badanie tych relacji w obszarze górnictwa węgla kamiennego ma szczególne znaczenie, przede wszystkim ze względu na:

- specyfikę górnictwa, wyrażającą się w tym przypadku znaczącą rolą inwestycji, co wiąże się z dynamicznie przemieszczającym się frontem eksploatacji,
- przeprowadzanym od kilkunastu lat procesem restrukturyzacji, którego celem jest poprawa efektywności branży.

Najważniejszymi czynnikami wpływającymi na efekty produkcyjne, czyli wielkość lub wartość produkcji wytworzonej i sprzedanej, są nakład ludzkiej pracy i nakład kapitału. W okresie reformowania górnictwa zmieniły się relacje pomiędzy nakładami czynników produkcji a wielkością wytworzonej produkcji. Restrukturyzacja w obszarze zatrudnienia wpłynęła na wzrost wydajności pracy, natomiast restrukturyzacja techniczna i przemiany własnościowe wpływają na zasób zaangażowanego kapitału, czyli głównie na wartość wykorzystywanego kapitału trwałego (Franik 2005).

Analiza funkcji produkcji jest jedną z metod ilościowych, umożliwiających kwantyfikację związków i zależności występujących w procesie badania roli czynników produkcji. Szczególne znaczenie mają te metody w analizie efektywności środków trwałych, co wynika z samej istoty tych środków. Jest to zwłaszcza rezultatem relatywnie długiego czasu użytkowania tych środków, długiego okresu ich tworzenia w procesie inwestycyjnym,

sposobu oddziaływania na proces produkcyjny, sukcesywnego dochodzenia do docelowej zdolności produkcyjnej oraz długookresowego i systematycznego wprowadzanie rozwiązań postępu technicznego i organizacyjnego związanego z nowymi lub modernizowanymi obiektami kopalni. Duże znaczenie ma także wysoki stopień ryzyka wiążący się z inwestowaniem w górnictwie.

Ekonometryczna analiza funkcji produkcji może mieć na celu:

- uzyskanie informacji, jakie jest miejsce badanego przedsiębiorstwa na tle innych przedsiębiorstw określonej branży przemysłu ze względu na poziom osiągniętej efektywności globalnej,
- uzyskanie informacji dotyczącej zmian poziomu efektywności środków trwałych w porównywalnych okresach, a szczególnie dynamiki tych zmian,
- określenie czynników, które decydują o poziomie efektywności i skwantyfikowanie ich oddziaływania na proces produkcyjny w celu poprawy tej efektywności,
- odpowiednio zbudowany model ekonometryczny powinien także umożliwić stwierdzenie w jakim stopniu wzrost produktywności środków trwałych jest efektem działania czynników niezależnych od przedsiębiorstwa, a w jakim stopniu jest on wynikiem zamierzonej działalności przedsiębiorstwa,
- uzyskanie informacji jaka jest dokładność metod ekonometrycznych w porównaniu z metodami deterministycznymi stosowanymi w analizie przedsiębiorstwa lub branży przemysłu.

W odniesieniu do dwuczynnikowej funkcji produkcji zakłada się, że w przestrzeni  $(X_1, X_2, Y)$  istnieje wypukła powierzchnia odzwierciedlająca kres górny stosowanych technik produkcji. Powierzchnia ta opisywana jest za pomocą funkcji monotonicznej:

$$Y = f(X_1, X_2) \quad (1)$$

lub funkcji uwikłanej:

$$F(X_1, X_2, Y) \quad (2)$$

gdzie:

- Y – produkcja,
- $X_1$  – nakład pracy,
- $X_2$  – nakład kapitału.

Przyjmuje się, że do matematycznej dziedziny tej funkcji należą wszystkie punkty  $X_1, X_2 \geq 0$  dla których  $Y \geq 0$ . W odniesieniu do zmiennych niezależnych przyjmuje się, że są one ciągłe, a funkcja jest w całym obszarze określoności dwukrotnie różniczkowalna. Założenie o wypukłości funkcji – wynikające z własności zbioru technik produkcyjnych – powoduje, że wyznacznik utworzony z drugich pochodnych tej funkcji i pochodnych cząstkowych przyjmuje wartości dodatnie dla  $X_1, X_2, Y > 0$ . Zgodnie z własnościami zbioru

technik produkcji (rozumianych tutaj jako różne kombinacje nakładu pracy i kapitału wydatkowanych dla osiągnięcia określonego poziomu produkcji) oraz założeniami o monotoniczności i różniczkowalności funkcji, krzywa wyrażająca zależność między  $Y$  a  $X_1$  przy stałym  $X_2$  (lub odwrotnie) jest krzywą wypukłą i z ekonomicznego punktu widzenia obrazuje malejący produkt krańcowy danego czynnika (Chmiel 1983). W konsekwencji pierwsze i drugie pochodne funkcji (1) przybierają wartości:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_j} > 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial X_j^2} < 0 \quad (j = 1, 2) \quad (4)$$

Przy spełnionym postulatcie wypukłości funkcji produkcji izokwanty, czyli linie wyrównanej produkcji, obrazujące zależność funkcyjną między jednym czynnikiem produkcji a drugim (przy stałym poziomie produkcji) – są również funkcjami wypukłymi, co pociąga za sobą:

$$\frac{\partial X_i}{\partial X_j} < 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 X_i}{\partial X_j^2} < 0 \quad (i, j = 1, 2; i \neq j) \quad (6)$$

Tak matematycznie zdefiniowana funkcja produkcji posiada szereg własności ekonomicznych przydatnych w analizie procesów produkcyjnych, zarówno w skali mikro-, jak i makroekonomicznej.

W badaniu procesów produkcyjnych stosuje się różne zmodyfikowane postaci funkcji produkcji, przy czym najczęściej spotykaną i najbardziej przydatną jest postać funkcji uzupełniona trzecim czynnikiem, którym jest czas powiązany z parametrem strukturalnym funkcji mierzącym wpływ tzw. „neutralnego” postępu techniczno-organizacyjnego na efekty produkcyjne.

## **2. Aproksymacja parametrów strukturalnych funkcji produkcji dla branży górnictwa węgla kamiennego**

W celu analizy procesów produkcyjnych w obszarze branży górnictwa węgla kamiennego w Polsce posłużono się dwoma modelami funkcji produkcji:

1. Klasyczną, dwuczynnikową funkcją potęgową typ Cobba-Douglasa o matematycznej postaci (model I):

$$Y_t = \beta X_{1t}^{\alpha_1} X_{2t}^{\alpha_2} \zeta_t \quad (7)$$

gdzie:

- $Y_t$  – wartość produkcji w okresie  $t$ ,
- $X_{1t}$  – nakład pracy ludzkiej w okresie  $t$ ,
- $X_{2t}$  – nakład kapitału w okresie  $t$ ,
- $\beta, \alpha_1, \alpha_2$  – parametry strukturalne funkcji produkcji,
- $\zeta_t$  – składnik losowy.

2. Zmodyfikowaną funkcją potęgową, uwzględniającą czynnik postępu techniczno-organizacyjnego o matematycznej postaci (model II):

$$Y_t = \beta X_{1t}^{\alpha_1} X_{2t}^{\alpha_2} e^{\gamma t} \zeta_t \quad (8)$$

gdzie:

- $t$  – zmienna czasowa,
- $\gamma$  – miernik efektów postępu techniczno-organizacyjnego (parametr strukturalny funkcji produkcji).

Obydwa przedstawione wyżej modele można przez logarytmowanie sprowadzić do postaci liniowej, a estymatory ich parametrów strukturalnych określić w wyniku zastosowania metody najmniejszych kwadratów.

Do aproksymacji parametrów strukturalnych funkcji produkcji wykorzystano dane statystyczne dotyczące przemysłu węglowego z lat 1995–2004, czyli okresu najbardziej intensywnych przeobrażeń dokonywanych w branży. Miarą efektu produkcyjnego jest wartość produkcji sprzedanej, miarą nakładu pracy ludzkiej – łączna wartość wynagrodzeń brutto w branży (przeciętna liczba zatrudnionych razy przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto razy liczba miesięcy w roku), natomiast wartość brutto środków trwałych stanowiła miarę nakładu kapitału. Dane źródłowe użyte do określenia parametrów strukturalnych funkcji produkcji zestawiono w tabeli 1. W tabeli zestawiono nominalne wartości produkcji i czynników produkcji, czyli wielkości określone z użyciem bieżących cen i kosztów charakterystycznych dla danego roku. W obliczeniach posługiwano się realnymi wielkościami, uzyskanymi w wyniku przeliczenia danych z lat wcześniejszych na warunki (cenowe) roku 2004 po uwzględnieniu wskaźników inflacji.

W wyniku przeprowadzonych obliczeń uzyskano następujące wartości parametrów strukturalnych badanych funkcji produkcji:

- dla modelu I:
  - $\beta = 10,99026$

- $\alpha_1 = 0,783451$
- $\alpha_2 = 0,04761381$

tak więc po uwzględnieniu przytoczonych danych źródłowych i pominięciu składnika losowego końcowa postać funkcji produkcji przedstawia się następująco:

$$\hat{Y}_t = 10,990X_{1t}^{0,783}X_{2t}^{0,048} \quad (9)$$

gdzie:

$\hat{Y}_t$  – oszacowana na podstawie modelu teoretycznego wartość produkcji w okresie t,

— dla modelu II:

- $\beta = 2,508315$
- $\alpha_1 = 0,99588$
- $\alpha_2 = 0,00412$
- $\gamma = 0,00328$

Kończąca postać zmodyfikowanej funkcji produkcji (po pominięciu składnika losowego) przedstawia się więc następująco:

$$\hat{Y}_t = 2,508X_{1t}^{0,996}X_{2t}^{0,004}e^{0,003t} \quad (10)$$

TABELA 1

Nominalna i realna wartość produkcji sprzedanej oraz pracy ludzkiej i kapitału

TABLE 1

The nominal and real value of the sold production and human labour and capital

Lata	Wartości nominalne [mln zł]			Wartości realne [mln zł]		
	$Y_t$	$X_{1t}$	$X_{2t}$	$Y_t$	$X_{1t}$	$X_{2t}$
1995	12 563,9	4 641,9	12 189,8	23 905,8	8 832,5	23 194,0
1996	14 923,0	5 547,4	27 447,0	25 217,2	9 374,2	46 380,5
1997	17 214,8	6 119,6	26 903,0	24 948,5	8 868,8	38 989,1
1998	15 630,8	6 491,9	24 670,1	20 593,5	8 553,1	32 502,8
1999	15 049,1	7 053,9	23 244,1	19 343,5	9 066,8	29 877,1
2000	15 502,5	6 473,1	21 907,6	18 365,3	7 668,4	25 953,2
2001	16 376,9	6 519,4	23 531,1	17 685,6	7 040,4	25 411,6
2002	16 171,4	6 552,2	23 527,3	16 808,2	6 810,3	24 453,8
2003	15 094,8	6 005,9	18 239,0	15 366,5	6 114,0	18 567,3
2004	20 556,1	6 490,7	19 152,8	20 556,1	6 490,7	19 152,8

Miarą jakości aproksymowanego modelu funkcji produkcji jest współczynnik zgodności  $\varphi^2$  obliczany według wzoru:

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (11)$$

gdzie:

$\bar{Y}$  – wartość średnia,

n – liczba lat.

Wartość współczynnika zgodności powinna zawierać się w przedziale (0,1), a im niższy jego poziom, tym lepiej oszacowany model opisuje badany proces ekonomiczny. W analizowanym przypadku wartość współczynnika zgodności wynosi 0,3814 dla modelu I funkcji produkcji, natomiast dla modelu II – 0,4024. Wartości tych współczynników są w tym przypadku stosunkowo wysokie, co sprawia, że przedstawione funkcje odzwierciedlają badane zjawisko jedynie w stopniu dostatecznym. Podstawowe dane dla obliczenia tych współczynników oraz wartości składnika losowego zamieszczono w tabelach 2 i 3.

TABELA 2

Dane do obliczenia współczynnika zgodności w modelu I oraz wielkość składnika losowego

TABLE 2

The data to calculation the coefficient of agreement in model I and the size of random component

Lata	Wyszczególnienie				
	$Y_t$	$\hat{Y}_t$	$(Y_t - \hat{Y}_t)^2$	$(Y_t - \bar{Y})^2$	$\zeta_t$
1995	23 905,8	21 898,7	4 028 177,8	13 153 547,8	2 007,0
1996	25 217,2	23 713,9	2 259 735,3	24 385 470,9	1 503,2
1997	24 948,5	22 519,4	5 900 392,3	21 803 749,4	2 429,0
1998	20 593,5	21 700,0	1 224 382,5	98 905,1	-1 106,5
1999	19 343,5	22 623,7	10 760 003,7	875 130,3	-3 280,2
2000	18 365,3	19 708,8	1 805 061,3	3 662 436,3	-1 343,5
2001	17 685,6	18 414,1	530 707,63	6 725 645,2	-728,4
2002	16 808,2	17 908,0	1 209 648,0	12 046 639,1	-1 099,8
2003	15 366,5	16 242,6	767 703,7	24 132 831,7	-876,1
2004	20 556,1	17 046,7	12 315 438,3	76 770,9	3 509,3
Suma	202 790,2	201 776,4	40 801 251,0	106 961 127,2	1 013,9

Źródło: Opracowanie własne

TABELA 3

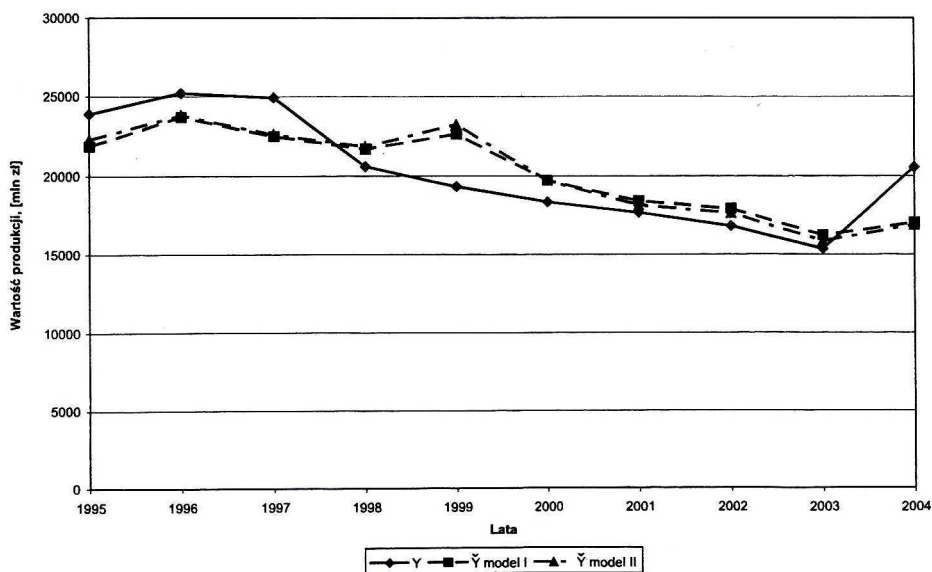
Dane do obliczenia współczynnika zgodności w modelu II oraz wielkość składnika losowego

TABLE 3

The data to calculation the coefficient of agreement in model II and the size of random component

Lata	Wyszczególnienie				
	$Y_t$	$\hat{Y}_t$	$(Y_t - \hat{Y}_t)^2$	$(Y_t - \bar{Y})^2$	$\zeta_t$
1995	23 905,8	22 315,9	2 527 657,0	13 153 547,8	1 589,9
1996	25 217,2	23 824,6	1 939 250,8	24 385 471,0	1 392,6
1997	24 948,5	22 603,2	5 500 352,1	21 803 749,5	2 345,3
1998	20 593,5	21 857,0	1 596 423,6	98 905,2	-1 263,5
1999	19 343,5	23 232,3	15 122 709,2	875 130,3	-3 888,8
2000	18 365,3	19 716,0	1 824 417,1	3 662 436,3	-1 350,7
2001	17 685,6	18 165,6	230 363,6	6 725 645,2	-480,0
2002	16 808,2	17 629,1	673 907,0	12 046 639,2	-820,9
2003	15 366,5	15 867,8	251 314,3	24 132 831,7	-501,3
2004	20 556,1	16 898,8	13 376 073,3	76 771,0	3 657,3
Suma	202 790,2	202 110,4	43 042 467,9	106 961 127,2	679,9

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 1. Rzeczywista i oszacowana na podstawie funkcji produkcji wartość produkcji w latach 1995–2004

Fig. 1. The real and estimated on basis function of production value of production in years 1995–2004



Składnik losowy stanowi różnicę między rzeczywistą wartością produkcji uzyskaną w danym roku a wartością produkcji oszacowaną na podstawie modelu teoretycznego. Poziom składnika losowego powinien być jak najmniejszy, gdyż świadczy on o tym, w jakim stopniu badane zjawisko nie jest wyjaśnione przez model teoretyczny.

W przypadku modelu I wartość bezwzględna składnika losowego zawiera się w przedziale od 728 mln zł do 3509 mln zł, co stanowi od ponad 4% do około 17% rzeczywistej wartości produkcji. W przypadku modelu II wartość bezwzględna składnika losowego zawiera się w przedziale od 480 mln zł do 3889 mln zł, co stanowi od 2,7% do ponad 20% rzeczywistej wartości produkcji.

Najmniejsze różnice pomiędzy rzeczywistą i „teoretyczną” wartością produkcji występują w latach 2001 i 2003, natomiast największe – w latach 1999 i 2004 (w roku 2004 obserwujemy wzrost wartości produkcji spowodowany wzrostem średnich cen węgla).

Na rysunku 1 przedstawiono kształtowanie się w badanym okresie rzeczywistej wartości produkcji wytworzonej przez branżę górnictwa węgla kamiennego oraz wartości produkcji oszacowanej na podstawie aproksymowanych modeli funkcji produkcji.

### 3. Wpływ czynników produkcji na produktywność górnictwa węgla kamiennego

Jedną z ważniejszych własności funkcji produkcji przedstawionej w postaci potęgowej jest fakt, że współczynniki elastyczności produkcji względem nakładów czynników są równe wykładnikom potęgowym danego czynnika. Tak więc elastyczność produkcji względem nakładu pracy ludzkiej w przypadku modelu I funkcji wynosi 0,783, a w przypadku modelu II – 0,996. Elastyczność produkcji względem nakładu kapitału (w analizowanym przypadku – wartości brutto środków trwałych) wynosi odpowiednio 0,048 i 0,004.

Oznacza to znacznie większy wpływ czynnika pracy ludzkiej na osiągnięte w branży efekty produkcyjne niż zaangażowanego kapitału. W przypadku modelu I funkcji produkcji zwiększenie nakładu pracy o 1% spowoduje wzrost wartości produkcji o 0,78%, natomiast wzrost nakładu kapitału o 1% spowoduje wzrost wartości produkcji zaledwie o niespełna 0,05% – w obu przypadkach – przy niezmienionym nakładzie drugiego czynnika.

W modelu II funkcji produkcji, jakkolwiek relacje między znaczeniem pracy i kapitału w osiąganiu efektów produkcyjnych są podobne, to jednak wartości współczynników elastyczności należy interpretować ostrożnie, gdyż konstrukcja matematyczna tego modelu z założenia przyjmuje tzw. stałą skalę produkcji, czyli taką sytuację, gdy suma współczynników elastyczności jest równa 1. Założenie to oznacza, że wszelkie zmiany stosunku między majątkiem i zatrudnieniem oddziałują proporcjonalnie na uzyskane efekty, czyli że produkcja wzrasta w tym samym stopniu co nakłady czynników produkcji.

Oznacza to wzrost ekstensywny. Wydaje się, że założenie to nie jest całkiem właściwe, ponieważ przyjmuje *a priori* proporcje dotyczące efektywności ponoszonych nakładów, a tym samym ogranicza wartość poznawczą funkcji produkcji przedstawionej w tej postaci.

W modelu I współczynnik skali produkcji  $r$  wynosi:

$$r = \alpha_1 + \alpha_2 = 0,783 + 0,048 = 0,831 < 1 \quad (12)$$

Wartość współczynnika  $r$  mniejsza od jedności oznacza, że produkcja wzrasta wolniej niż nakłady czynników produkcji, co jest symptomem ekstensywnego rozwoju. Wartość współczynnika skali produkcji dla branży jest jednak stosunkowo wysoka, co świadczy o właściwym wykorzystaniu użytych czynników produkcji.

Zaletą zmodyfikowanej postaci funkcji produkcji jest ujęcie trzeciego czynnika, w przypadku którego powiązany z nim parametr strukturalny  $\gamma$  jest miarą tzw. neutralnego postępu techniczno-organizacyjnego. Pojęcie „neutralny postęp” oznacza w tym przypadku niezależny od nakładu pozostałych czynników, czyli pracy i kapitału. Jeśli w dwóch następujących po sobie okresach  $t$  i  $t + 1$  nakłady pracy i kapitału pozostawały na stałym poziomie a produkcja ( $P$ ) w tym okresie wzrosła, to stopa wzrostu wyniesie:

$$\frac{P_{t+1}}{P_t} = e^\gamma \quad (13)$$

Wyrażenie  $(e^\gamma - 1)100$  określa zatem średnie tempo przyrostu produkcji będące efektem zmian postępu techniczno-organizacyjnego.

Przeciętny wpływ czynnika postępu techniczno-organizacyjnego w badanym okresie na osiąganą wartość produkcji jest zatem bardzo niski, gdyż wynosi niewiele ponad 0,3%. Potwierdza to pośrednio opinię o słabym wyposażeniu technicznym kopalń i konieczności zintensyfikowania procesów inwestycyjnych w górnictwie. Pamiętać jednak należy, że w zmodyfikowanej funkcji produkcji założenie dotyczące stałej skali produkcji powoduje, że rezygnuje się z możliwości substytucji czynników produkcji, ponieważ parametr strukturalny „ $\gamma$ ” uwzględnia także parametry  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ . Przy zachowaniu warunku  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ , prowadzi to w konsekwencji do autonomizacji parametru  $\gamma$ , pomimo że jest on faktycznie zależny od zmiennych  $X_1$  i  $X_2$ .

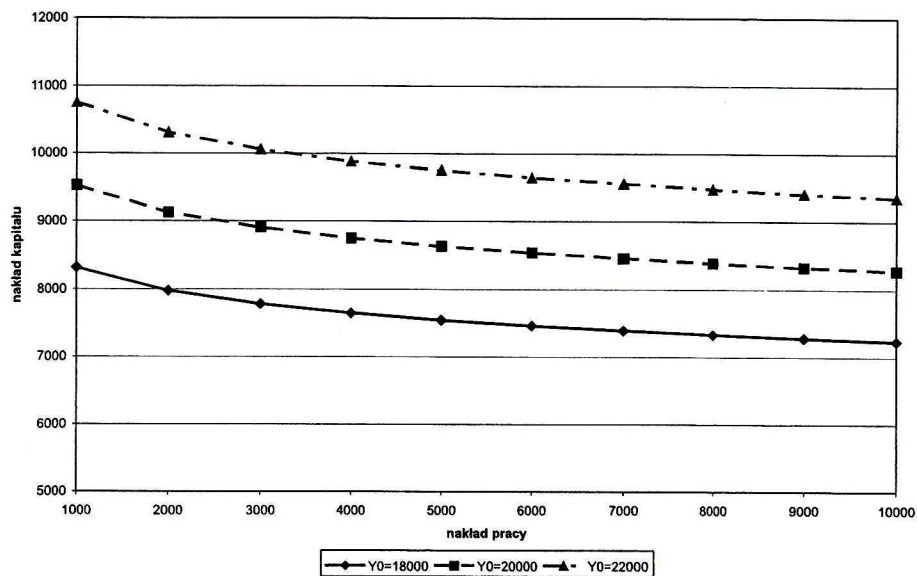
Teoretyczne możliwości substytucji jednego czynnika produkcji drugim, przy założeniu stałego poziomu produkcji, odzwierciedla równanie izokwanty. Dla dwuczynnikowej funkcji produkcji (7) ma ono postać:

$$X_2 = f(X_1) = \left( \frac{Y_0}{\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha_2}} X_1^{-\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \quad (14)$$

gdzie:

$Y_0$  – założona stała wartość produkcji.

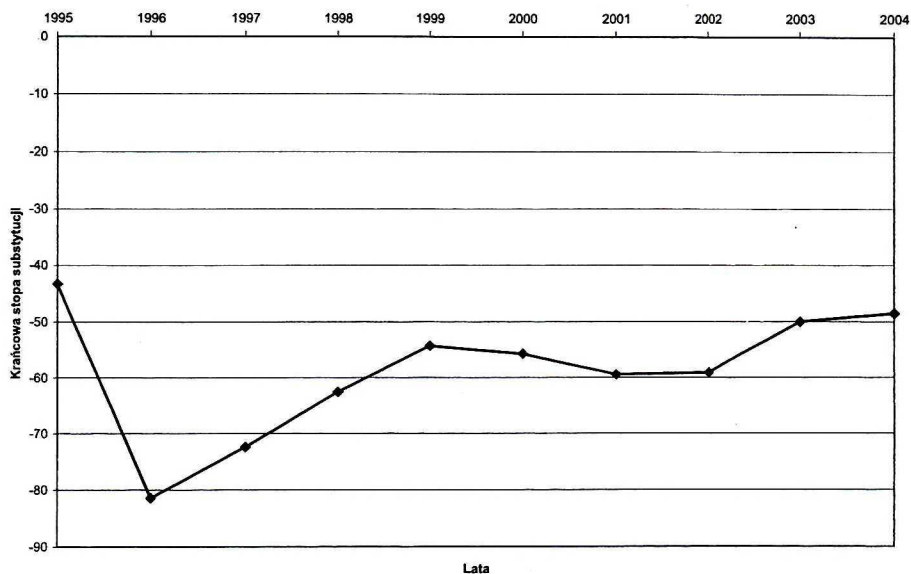
Na rysunku 2 przedstawiono kształtowanie się krzywych substytucji dla trzech założonych poziomów wartości produkcji, tj. odpowiednio: 18 000, 20 000 i 22 000 mln zł.



Rys. 2. Krzywe substytucji

Fig. 2. The substitution lines

Krańcową stopę substytucji jednego czynnika drugim przedstawiono na rysunku 3. W przypadku branży górnictwa węgla kamiennego wartości krańcowej stopy substytucji są bardzo wysokie i w zasadzie tylko nieznacznie się zmieniają w analizowanym okresie.



Rys. 3. Kształtowanie się krańcowej stopy substytucji

Fig. 3. The trend of marginal rate of substitution

Produktywność danego czynnika produkcji określa się jako stosunek wartości produkcji do nakładów tego czynnika. W analizowanym przypadku wszystkie te kategorie ekonomiczne są ujmowane wartościowo. Produktywność krańcowa jest określona jako pochodna cząstkowa efektu produkcyjnego do nakładu danego czynnika produkcji. Oznacza to, że produktywność krańcową nakładu pracy dla dwuczynnikowej funkcji produkcji można określić z zależności:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_1} = \beta \alpha_1 X_1^{\alpha_1 - 1} X_2^{\alpha_2} = \frac{\alpha_1 Y}{X_1} \quad (15)$$

Natomiast produktywność krańcową kapitału z zależności:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_2} = \beta \alpha_2 X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2 - 1} = \frac{\alpha_2 Y}{X_2} \quad (16)$$

W tabeli 4 zamieszczono obliczone wielkości wskaźników produktywności i produktywności krańcowej badanych czynników produkcji w rozpatrywanym przedziale czasu.

Jak wynika z zamieszczonych w tabeli 4 wielkości, w badanym okresie produktywność pracy ludzkiej wzrosła o około 17%, podczas gdy produktywność środków trwałych wzrosła jedynie o około 4%. Podobne relacje dotyczą także wskaźników produktywności krańcowej.

TABELA 4

Wskaźniki produktywność środków trwałych i pracy ludzkiej

TABLE 4

The coefficients of the productiveness of the assets and human work

Lata	Produktywność		Produktywność krańcowa	
	nakładu pracy	środków trwałych	nakładu pracy	środków trwałych
1995	2,707	1,031	2,120	0,049
1996	2,690	0,544	2,108	0,026
1997	2,813	0,640	2,204	0,030
1998	2,408	0,634	1,886	0,030
1999	2,133	0,647	1,671	0,031
2000	2,395	0,708	1,876	0,034
2001	2,512	0,696	1,968	0,033
2002	2,468	0,687	1,934	0,033
2003	2,513	0,828	1,969	0,039
2004	3,167	1,073	2,481	0,051

Źródło: Opracowanie własne

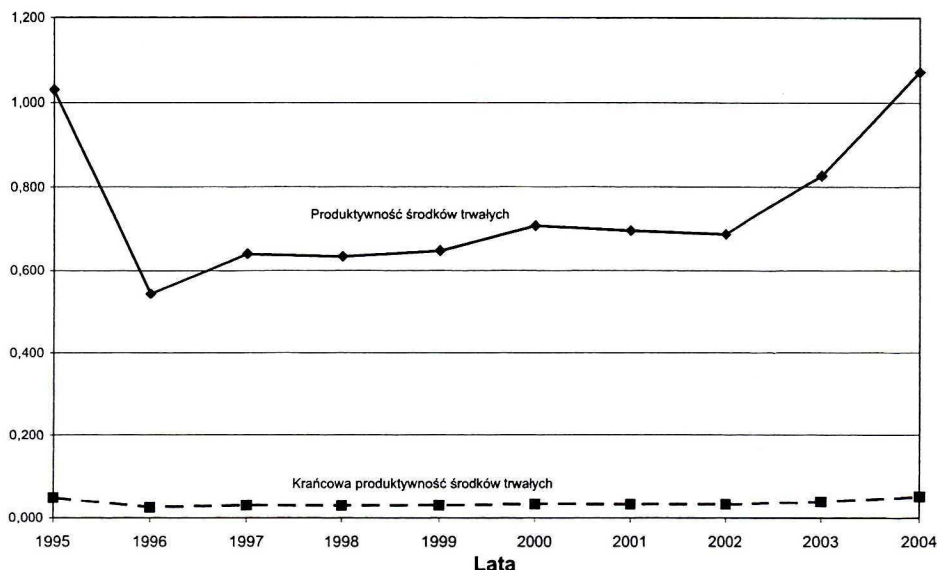
Wskaźnik produktywności środków trwałych po wyraźnym spadku w roku 1996 do najniższego poziomu – w okresie zintensyfikowania przemian restrukturyzacyjnych wykazuje tendencję do nieznacznego wzrostu do 2002 roku i znaczny wzrost od tego roku (o 60% w ciągu trzech lat).

Na rysunku 4 przedstawiono zmiany kształtowania się wskaźników produktywności i produktywności krańcowej środków trwałych w analizowanym okresie dla branży węgla kamiennego.

W rozpatrywanym czasie, w wyniku restrukturyzacji zatrudnienia, przeciętne zatrudnienie w górnictwie węgla kamiennego obniżyło się o ponad 145 tys. osób (z poziomu 279,7 tys. w roku 1995 do 133,8 tys. w roku 2004). Spadek zatrudnienia wpłynął na wzrost przeciętnej wydajności pracy, która w tym okresie zwiększyła się niemal o 60%.

Dynamika wzrostu wskaźnika produktywności pracy, jakkolwiek znacząca, nie jest jednak tak duża jak dynamika wzrostu wskaźnika przeciętnej wydajności pracy. Powodem tego jest użycie do obliczenia nakładu pracy ludzkiej bieżących (nominalnych) wynagrodzeń brutto, a te w badanym okresie wzrastały w górnictwie w tempie wyższym niż wskaźniki inflacji.

Uwzględniając zmniejszenie się liczby zakładów górniczych, względne zmniejszenie się nakładu pracy w wyniku spadku zatrudnienia nie zostało zrekompensowane wzrostem nakładu kapitału. Procesy restrukturyzacyjne w znacznym stopniu ograniczyły front inwestycyjny w górnictwie. Wielkość rocznych nakładów inwestycyjnych w ujęciu nominalnym wzrosła w analizowanym dziesięcioleciu z 1133 mln zł w roku 1995 do 1659 mln zł w roku 2004, ale w ujęciu realnym nastąpił ich spadek, szczególnie od roku 2002. Większość wydatkowanych środków przeznaczano na wymianę maszyn i urządzeń, szczególnie maszyn



Rys. 4. Kształtowanie się produktywności i produktywności krańcowej środków trwałych brutto

Fig. 4. The trend of productiveness and marginal productiveness of the gross assets

przeznaczonych do eksploatacji złoża. Do utrzymania obecnego poziomu produkcji niezbędne jest przeznaczenie znacznych środków inwestycyjnych na udostępnienie i przygotowanie nowych poziomów i pól eksploatacyjnych.

### Podsumowanie

Analiza procesów produkcyjnych z wykorzystaniem funkcji produkcji ma duże znaczenie, zwłaszcza w badaniu większych organizmów gospodarczych, takich jak grupa kopalń czy określona branża przemysłu. W okresie restrukturyzacji kopalń następują zasadnicze zmiany relacji między podstawowymi kategoriami ekonomicznymi, takimi jak produkcja i nakłady czynników niezbędnych do jej uzyskania. Kategorie te mogą być różnie określone i różnie wykorzystywane w analizie procesów produkcyjnych. W odniesieniu do pojedynczych podmiotów gospodarczych wygodniej jest ujmować je w kategoriach ilościowych (np. wielkość produkcji, poziom zatrudnienia, czas przepracowany, liczba maszyn), w przypadku większych jednostek gospodarczych niezbędne staje się ujęcie wartościowe.

Określenia parametrów strukturalnych funkcji produkcji dokonuje się za pomocą metod ekonometrycznych na podstawie danych statystycznych odpowiednio przetworzonych, tak aby skonstruowany model odzwierciedlał w sposób właściwy badany proces ekonomiczny.

Model taki nie jest pozbawiony wad typowych dla modeli statystycznych (np. konieczność ponownego obliczenia parametrów strukturalnych w przypadku zmiany danych statystycznych, odzwierciedlanie zjawiska ekonomicznego jedynie z pewnym przybliżeniem itp.), ale jednocześnie umożliwia uzyskanie wielu cennych informacji o poziomie współczynników elastyczności czynników produkcji, ich produktywności oraz produktywności krańcowej, teoretycznych możliwościach wymiany określonej ilości jednego czynnika drugim, określenie krańcowej stopy substytucji oraz wpływu postępu techniczno-organizacyjnego na osiągnięty poziom produkcji.

Model taki może być również wykorzystany w pewnym zakresie do określania prognozy odnośnie do kształtowania się w przyszłości produkcji przy zmianie nakładu pracy i kapitału lub oceny zapotrzebowania na pracę lub kapitał przy określonym poziomie produkcji.

Podstawowym problemem w analizie procesu produkcyjnego z użyciem funkcji produkcji jest dokładność wykorzystywanych danych statystycznych. W dotychczasowej praktyce przedsiębiorstw nie uwzględnia się w dostatecznym stopniu analizy danych o wykorzystaniu czynników produkcji. W warunkach reformy gospodarczej powinno się doskonalić metody analizy wykorzystania czynników produkcji w powiązaniu z oceną wyników produkcyjnych i finansowych. Dotyczy to szczególnie środków trwałych, które stanowią podstawowy składnik aktywów kopalń, a których zasób stosunkowo trudno zwiększyć ze względu na ograniczony dostęp do kapitału inwestycyjnego, wysoką kapitałochłonność produkcji górniczej oraz wysokie ryzyko związane z realizacją inwestycji w górnictwie.

## LITERATURA

- Borkowski B., Dudek H., Szczęsny M., 2003 – Ekonometria. Wybrane zagadnienia. Warszawa, PWN.
- Chmiel J., 1983 – Analiza procesów produkcyjnych za pomocą funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa. Warszawa, PWN.
- Franik T., 2005 – Produktyność górnictwa węgla kamiennego w okresie reformowania na tle przemian w sekcji górnictwo i kopalnictwo. Wyd. IGSMiE PAN, Gosp. Sur. Miner. 21/3.
- Goryl A., Jędrzejczak Z., Kukuła K., Osiewalski J., Walkosz A., 1996 – Wprowadzenie do ekonometrii w przykładach i zadaniach. Warszawa, PWN.
- Kosieradzka A., Lis S., 1996 – Produktyność. Metody, analizy, oceny i tworzenie programów poprawy. Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
- Kosieradzka A., Lis S., 1998 – Programowanie poprawy produktyności. Warszawa, PWE.
- Ploch J., 1975 – Uwagi o metodzie analizy czynników produkcji. Bank i kredyt nr 12.
- Polska 2004. Raport o stanie przemysłu, 2004 – Warszawa, Ministerstwo Gospodarki i Pracy.
- Rocznik statystyczny przemysłu, 1995–2006 – Warszawa, Główny Urząd Statystyczny.
- Suszyński C., 1999 – Restrukturyzacja przedsiębiorstw. Proces zarządzania zmianami. Warszawa, PWE.

TADEUSZ FRANIK

**THE ANALYSIS OF PRODUCTIVENESS OF BRANCH OF MINING HARD COAL IN POLAND  
WITH USING THE FUNCTION OF PRODUCTION**

**Key words**

Mining industry, mining of the hard coal, function of production, the productiveness of mining

**Abstract**

In article the structural parameters of function of production for branch of mining of hard coal in Poland was estimated. In result of reform carried out in mining the reports change between expenditures factors of production such the labour and capital and the got productive effects. The function of production permits to study elasticity of factors of production, possibility of their substitution, productiveness and marginal productiveness of human labour and engaged capital, influence of factor of the technical and organizational progress on the production and, in sure range, to define in future the demand on analysed factors of production in case of change of size production or conditions the utilization of factors also, particularly the capital, that is the range of investing in mining.