



RYSZARD HEJMANOWSKI\*, AGNIESZKA A. MALINOWSKA\*\*

## Wykorzystanie metody odwrotnej w estymacji osiadań powierzchni terenu dla złóż soli

### Wprowadzenie

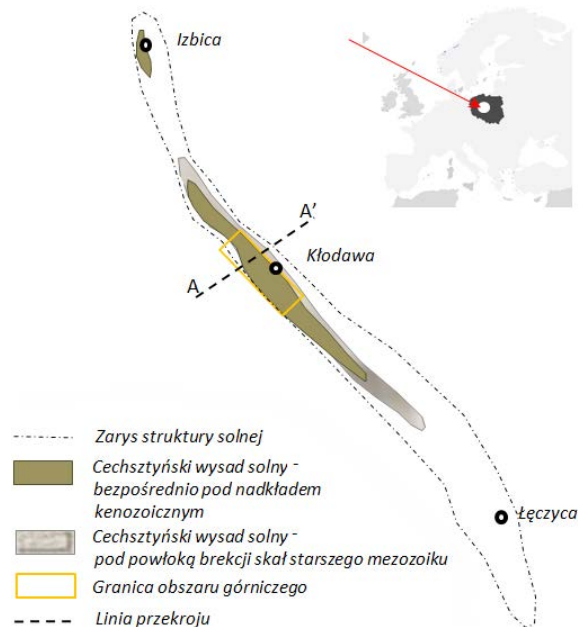
Prognozowanie przemieszczeń i deformacji powierzchni nad eksploatowanymi złożami soli jest niezbędne z kilku powodów. Po pierwsze przedsiębiorca górniczy ma obowiązek przedstawić mapy z prognozami osiadań i deformacji we wniosku koncesyjnym. Po drugie sól, jako skała o właściwościach reologicznych, wykazuje specyficzne opóźnienie w ujawnianiu się wpływów na powierzchni, dochodzące do setek lat (Marketos i in. 2015). Przewidywanie tych ruchów ma zatem istotne znaczenie dla gospodarki przestrzennej i urbanizacji okolic kopalni. Modelowanie ruchów górotworu i powierzchni możliwe jest przy zastosowaniu modeli numerycznych, które bazują na mechanice, bądź modeli stochastycznych opartych na teorii losowości przemieszczeń w ośrodku jednorodnym i sypkim (Najjar i Zaman 1993; Fokker i Orlic 2006). Niezależnie od zastosowanego sposobu modelowania przemieszczeń istnieje podstawowy problem badawczy, a mianowicie parametryzacja modelu. Był on rozwiązywany często poprzez zdefiniowanie zadania odwrotnego, interpretującego powstające pole przemieszczeń jako znaną wielkość, do której zmierza teoretyczne pole przemieszczeń wyliczane dla podstawionych i przybliżonych wartości parametrów (Sroka i in. 1987; Fokker 2002; Szostak-Chrzanowski i in. 2005; Hoek i Diederichs 2006; Kwinta 2011). Funkcja celu jest wówczas odległością obu pól przemieszczeń, która w wyniku minimalizacji pozwala wyznaczyć optymalne poprawki do przybliżonych-startowych wartości

\* Prof. dr hab. inż., \*\* Dr hab. inż., AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska, Kraków; e-mail: hejman@agh.edu.pl; amalin@agh.edu.pl

parametrów. Problemem i zarazem niszą badawczą w przypadku zadań tego typu jest sytuacja, kiedy stosowany do prognozowania przemieszczeń model posiada zbyt wiele parametrów, a parametry te są w jakiś sposób wzajemnie zależne. Takie źle uwarunkowane układy są trudne do rozwiązania, m.in. z uwagi na brak czytelnego związku funkcyjnego pomiędzy parametrami (ich pozorna niezależność), co uniemożliwia redukcję ich liczby (De Wall i in. 2012). W niniejszym artykule zastosowano metodykę pozwalającą na estymację parametrów modelu stochastycznego z częściową stabilizacją parametrów. Została ona oparta na teoretycznym rozwiązaniu zagadnienia odwrotnego z wykorzystaniem wyników pomiarów konwergencji oraz przemieszczeń powierzchni. W ten sposób uniknięto rozwiązań niejednoznacznych oraz zoptymalizowano sposób dochodzenia do pełnej parametryzacji zastosowanego modelu. Metodyka estymacji została zaadaptowana do przykładu kopalni soli kamiennych i potasowych o niezwykle rozbudowanej strukturze wyrobisk podziemnych.

## 1. Charakterystyka warunków górniczo-geologicznych

Wysadowe złoża solne zlokalizowane w centralnej Polsce podlega eksploatacji górniczej w jednej z największych kopalń soli kamiennych i potasowych w Europie (rys. 1). Złoże zbudowane jest z utworów cechsztyńskich, które w różnym stopniu przebijają się przez gruby kompleks osadów mezo-kenozoicznych. W rejonie środkowopolskim występuje kilkanaście wysadowych struktur solnych, których wysokość waha się od 5 do 7 km. Wysady

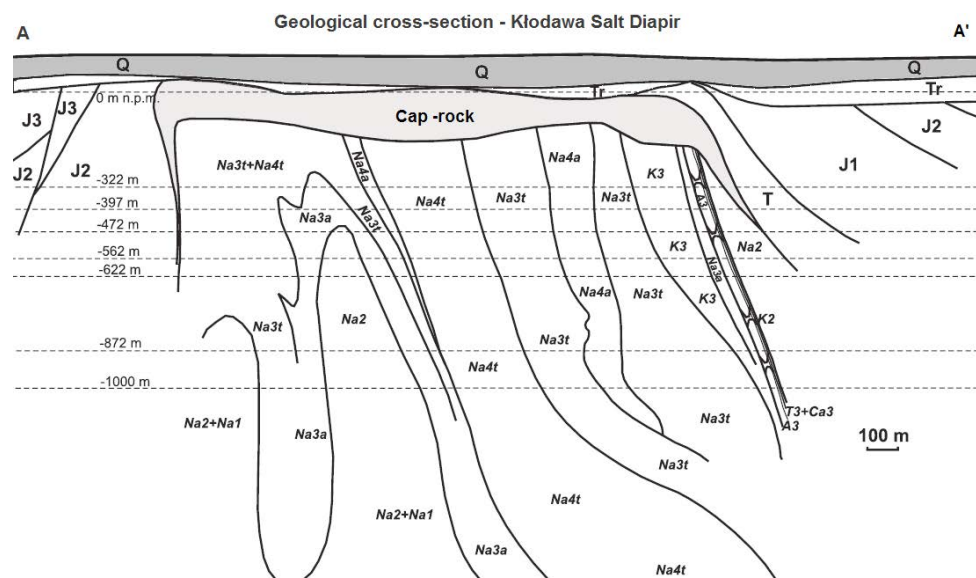


Rys. 1. Struktura solna Izbica Kujawska–Łęczycza (wg Hwałek 1971)

Fig. 1. Izbica Kujawska–Łęczycza salt structure (after Hwałek 1971)

solne cechuje bardzo skomplikowana budowa geologiczna. Na skutek silnych tektonicznych deformacji wewnątrz struktury wysadowej zalegają przede wszystkim sole kamienne, sole potasowe tworzą niewielkie skupienia i występują bardzo nieregularnie. Badania prowadzone były w rejonie wysadu kłódawskiego. Kłódawski wysad solny należy do centralnej części struktury solnej Izbica Kujawska- Kłódawa-Łęczycza. Wysad ten w rzucie planarnym ma kształt zbliżony do elipsy i zalega w kierunku północny zachód- południowy wschód (rys. 1). Długość wysadu to około 26 km, a jego maksymalna szerokość to 2 km (Burliga i in. 1995, Mokrzycki i in. 1996).

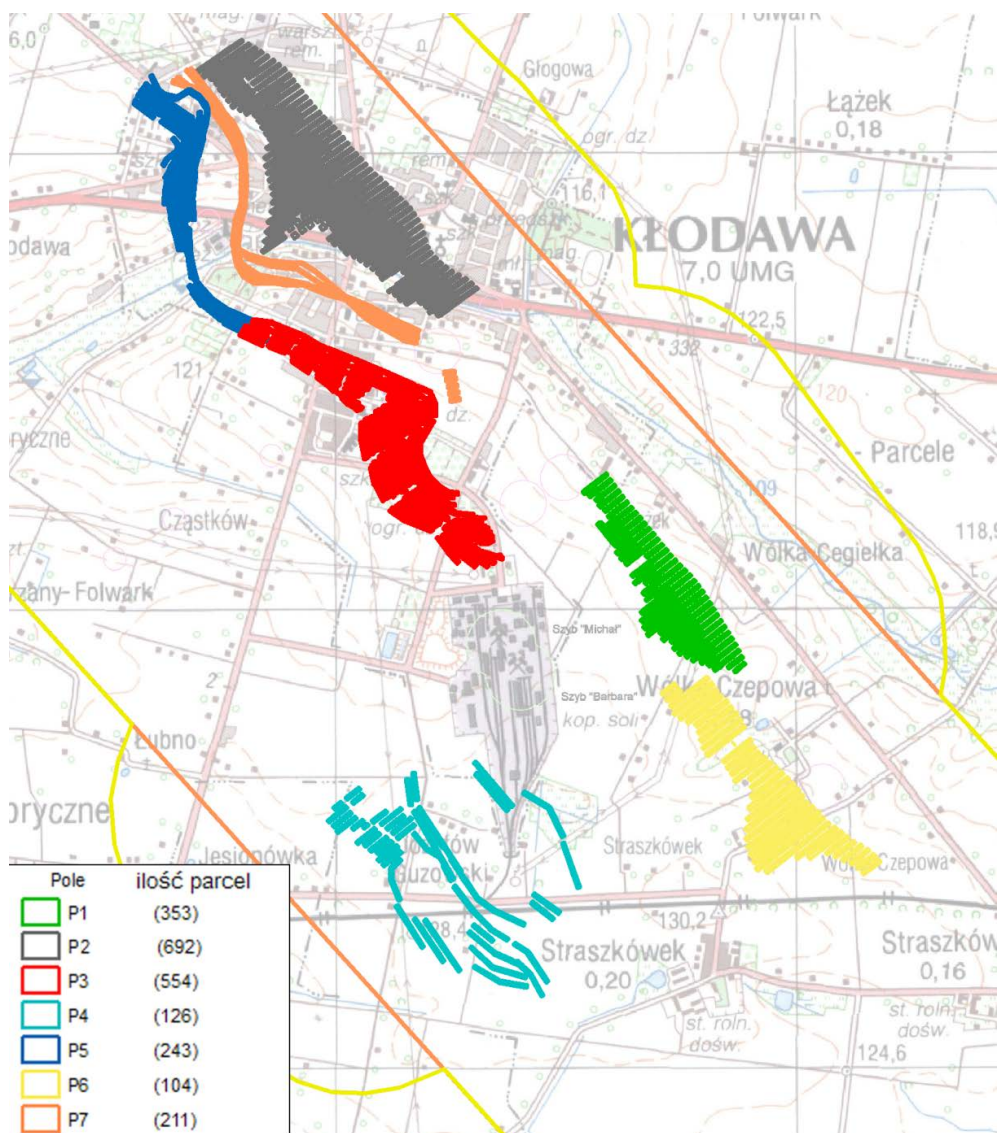
W przekroju pionowym wysad solny osiąga wysokość 7000 m. W górnej części wychylony jest w kierunku południowo-zachodnim (Poborski 1970). W najwyższych punktach wysad solny zalega na głębokości 100 m poniżej terenu. Jest przykryty czapą iłowo-gipsową o zmiennej miąższości od 50 do 300 m. W części centralnej nad czapą iłowo-gipsową zalegają utwory neogenu. Natomiast w części południowo-zachodniej i północno-wschodniej wysad solny przykryty jest skałami starszego mezozoiku zbudowanymi głównie z brekcji (Tarka 1992). Od strony północno-wschodniej do ściany wysadu solnego przylegają utwory formacji triasowej i jurajskiej (rys. 2). Do ściany wysadu solnego



Rys. 2. Przekrój geologiczny przez wysad solny Kłodawa (Poborski 1970; Burliga i in. 1995)  
 ogniwa litostratygiczne późnego permu: Na1 – najstarsza sól kamienna, Na2 – starsza sól kamienna,  
 Na3 – młodsza sól kamienna (a) dolna i górna (b), Na3t – zuber brunatny, Na4t – zuber czerwony,  
 A3 – anhydryt główny, K3 – młodsza sól potasowa; T – trias, J – jura dolna (1), środkowa (2) i górna (3),  
 K – kreda, Tr – trzeciorzęd, Q – czwartorzęd

Fig. 2. Cross-section of Kłodawa salt dome (Poborski 1970; Burliga et al. 1995)  
 Denotations: Late Permian stratigraphic cells: Na1 – oldest rock salt, Na2 – old rock salt,  
 Na3 – youngest rock salt (a) Lower and Upper (b), Na3t – brownish Zuber rocks, Na4t – red Zuber rocks,  
 A3 – main anhydrite, K3 – younger potassium salt; T – Triassic, J – Lower Jurassic (1), Middle (2) and Upper (3),  
 K – Cretaceous, Tr – Tertiary, Q – Quaternary

od strony południowo-zachodniej przylegają utwory jurajskie. Wysad solny tworzą utwory cechsztynu, jego wewnętrzna budowa jest silnie sfałdowana. W przekroju poprzecznym wysadu wyróżnia się dwie skrajne formy antyklinalne, przedzielone głęboką synkliną. Jądro antykliny tworzą sole starsze (Na2), od strony południowo-zachodniej występują sole młodsze (Na3). Druga antyklina występuje wzdłuż południowo-zachodniej granicy wysadu, utworzona przez sole starsze (Na2) i najstarsze (Na1). Cechuje się skomplikowaną



Rys. 3. Rozmieszczenie parcel projektowanych i dokonanych

Fig. 3. Distribution of done and planned mining panels

budową wewnętrzną. Pomiedzy dwoma antyklinami brzeżnymi występuje głęboka synklina, zbudowana z różowej soli kamiennej (Na4).

W obrębie pnia solnego wydobywa się następujące jednostki litostratygiczne (Burli-ga i in. 1995):

- ◆ zuber czerwony (Na4t),
- ◆ młodsza sól kamienna różowa (Na4a ),
- ◆ zuber brunatny (Na3t)
- ◆ młodsza stropowa sól kamienna (Na3b)
- ◆ młodsza sól potasowa (K3),
- ◆ młodsza spągowa sól kamienna (Na3a),
- ◆ anhydryt główny (A3),
- ◆ starsza sól kamienna biała (Na2),
- ◆ najstarsza sól kamienna (Na1).

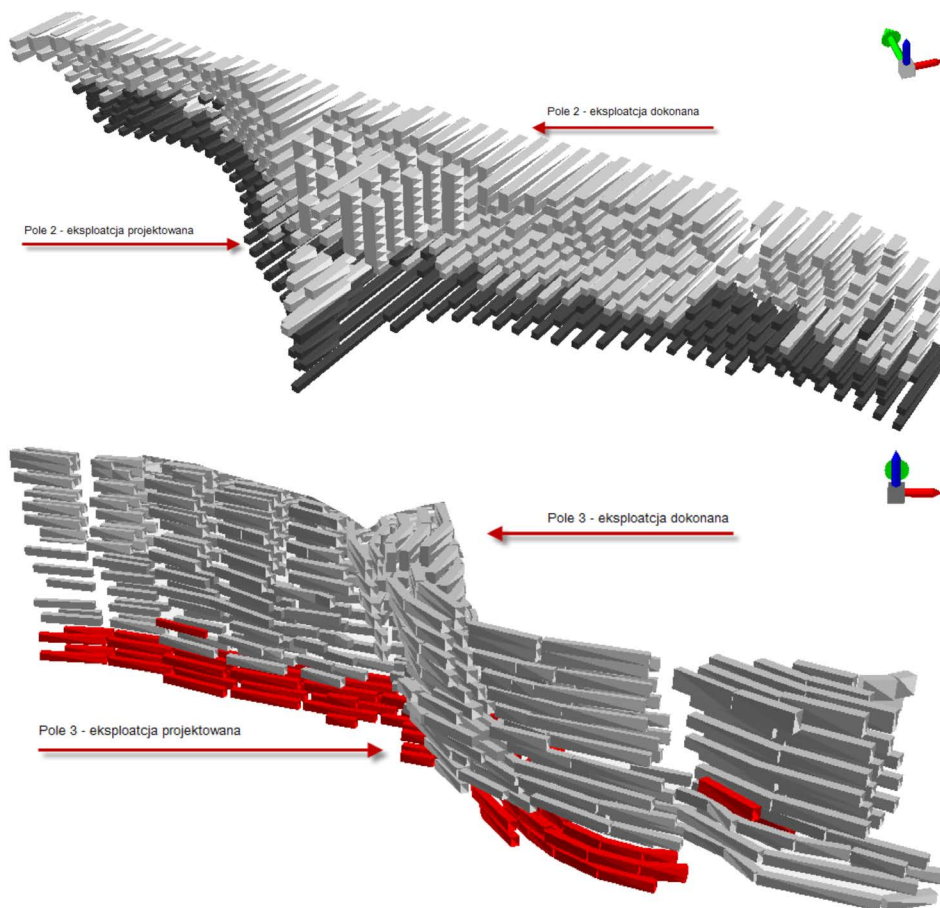


Fig. 4. Eksploatacja prowadzona i projektowana w polu 2 oraz 3

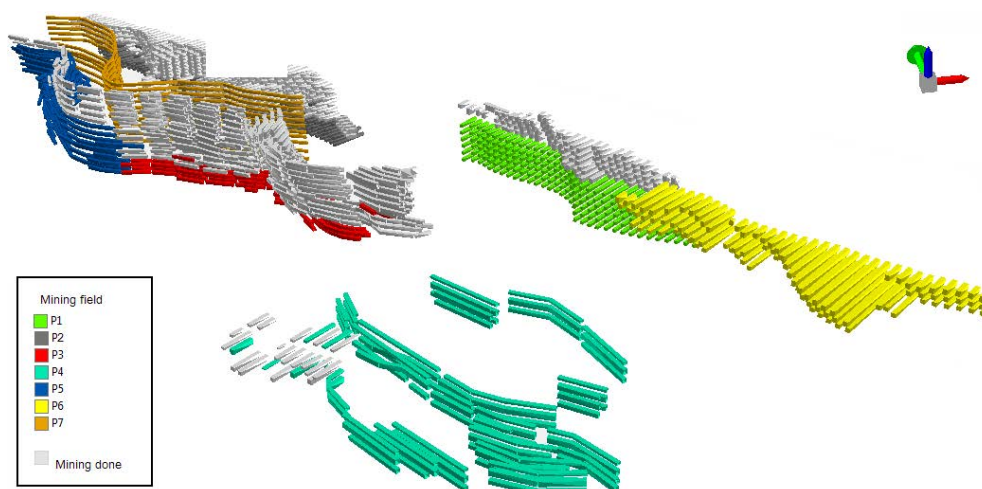
Fig. 4. Mining done and planned in fields 2 and 3



Wydobycie soli w Kłodawie rozpoczęto w połowie XX wieku. Eksploatacja dotychczas realizowana była w 6 polach (od 1 do 5 oraz 6) systemem komorowo-filarowym (rys. 3).

W polu pierwszym prowadzono wydobywanie na pięciu najpłytszych poziomach. Największa część złoża została wydobyta w polu 2, na poziomach odpowiadających głębokościom względnym od 450 do 600 m.p. p.m., oraz polu 3, w którym obecnie kończy się wybieranie partii złoża soli różowej pomiędzy poziomami 450 a 750 (rys. 4).

W polu 4 wybrano dotychczas jedynie nieco ponad 20 komór na poziomach 538, 572 i 600, w typowym, regularnym układzie komorowo-filarowym z osiami komór prostopadłymi do rozciągłości złoża. W polu 5 obecnie rozpoczęto rozcinanie i wybieranie partii złoża soli różowej pomiędzy poziomami 600 a 750. Pole 6 jest nowym rejonem eksploatacji złoża wysadowego, w którym dotychczas nie była prowadzona eksploatacja komorowa, a jedynie rozpoznanie wyrobiskami chodnikowymi i otworami. Pole 7 jest obecnie niewielkim rejonem eksploatacji soli potasowych w wysadzie, w którym dotychczas była prowadzona eksploatacja w kilku komorach na poziomach 575 i 600, w regularnym układzie komorowo-filarowym (szerokość komory i filara 15 m). Przeciętna szerokość komór wahała się od 12 do 30 m, zaś ich wysokość wynosiła około 15 m. Długość komór zależna była od geometrii poszczególnych partii złoża (rys. 5).



Rys. 5. Przestrzenny układ dokonanych i projektowanych wyrobisk górniczych we wszystkich polach

Fig. 5. Spatial distribution of mining panels done and planned in all fields

Sumarycznie od 1959 roku eksploatację prowadzono w 1310 komorach i wybrano w złożu Kłodawa około 21 005 800 m<sup>3</sup> soli. W chwili obecnej, maksymalnie planowane jest wybranie jeszcze 26 597 500 m<sup>3</sup> soli (tab. 1).

Docelowo planowana jest likwidacja kopalni poprzez wypełnienie solankami. Oznacza to, że wybrana pustka nigdy nie ulegnie zaciśnięciu.

Tabela 1. Objętość złoza wybranego i projektowanego do eksploatacji

Table 1. The volume of the extracted and planed mining panels

Numer pola	Ilość parcel wybranych	Objętość pustki [m <sup>3</sup> ]	Ilość parcel projektowanych do wydobycia	Objętość pustki [m <sup>3</sup> ]
1	143	1 957 802	210	3 374 640
2	562	9 513 812	130	9 532 021
3	461	6 540 183	93	3 950 935
4	96	1 984 474	30	2 739 700
5	38	698 060	205	2 799 061
6	0	0	104	4 072 362
7	10	311 520	201	128 784
Σ	1 310	21 005 851	973	26 597 502

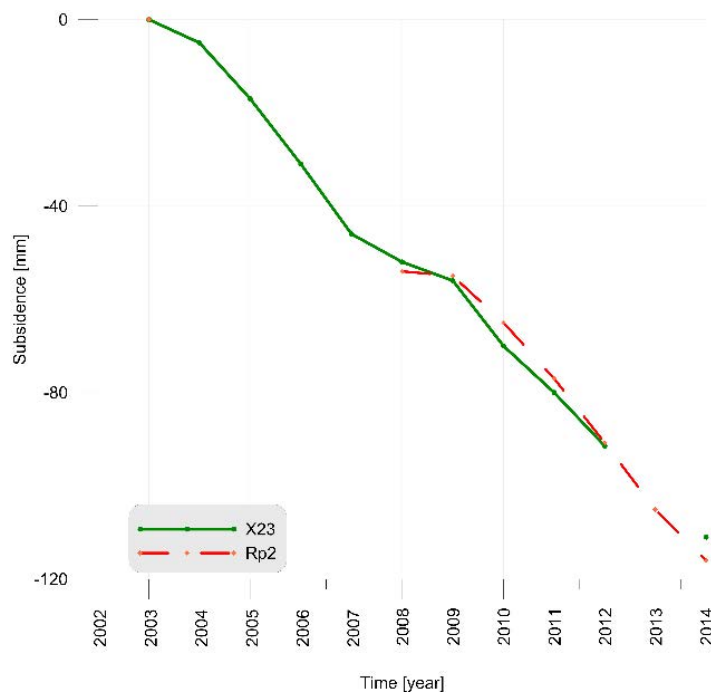
## 2. Pomiary deformacji górotworu i powierzchni terenu

Bezpośrednio nad wysadem solnym zlokalizowane jest siedmiotysięczne miasto. W związku z zapewnieniem bezpieczeństwa wydobycia oraz ochroną powierzchni terenu w rejonie wysadu solnego prowadzone są podziemne i powierzchniowe pomiary geodezyjne.

### 2.1. Pomiary osiadań powierzchni terenu

Z uwagi na rozległość pól przemieszczeń i niewielkich, rocznych zmian wysokości terenu występujących nad kopalniami soli, pomiary przemieszczeń pionowych wykonywane są w nawiązaniu do odległych reperów, których stałość położenia jest zapewniona (rys. 6). Przyczynia się to do narastania błędów niwelacji w długich ciągach wysokościowych. Stąd poszukiwania zmierzają w kierunku badania różnic wysokości między sąsiednimi punktami bądź grupami punktów sieci niwelacyjnej. Ciekawym rozwiązaniem bywa w takich przypadkach wyrównanie metodą podwójnych różnic (Fokker i van Thienen-Visser 2016).

Kolejną możliwością jest stosowanie pomiarów satelitarnych o podwyższonej dokładności (Goel i in. 2011; Fuhmann i in. 2015; Mancini i in. 2008; Yerro i in. 2014). Jeśli jednak – jak na rysunku (rys. 6) – średni, roczny przyrost przemieszczeń wynosi około 10 mm, uzyskanie takiego rzędu dokładności przy zastosowaniu satelitarnych pomiarów GNSS, PS-InSAR może być kłopotliwe i kosztowne. Rola pomiarów przemieszczeń pionowych



Rys. 6. Przykładowe osiadania punktów w czasie nad złożem soli kamiennej

Fig. 6. Examples of subsidence of points over a salt deposit in time

srowadza się do badania zasięgu i rozwoju w czasie pola przemieszczeń. Wyniki tych pomiarów są także bazą służącą estymacji parametrów modeli do prognozowania przemieszczeń. Dotychczasowe wpływy eksploatacji górniczej prowadzonej na przez K.S. Kłodawa określone zostały na podstawie klasycznych pomiarów geodezyjnych. Sieć reperów została zastabilizowana w 1952 roku przed rozpoczęciem eksploatacji w złożu soli. Pierwszą wysokościową serię pomiarową wykonano w 1978 roku. Kolejne pomiary realizowane były w latach: 1979, 1980, 1999, 2005 oraz 2011. Aktualnie sieć pomiarowa składa się z 282 punktów wysokościowych (rys. 7).

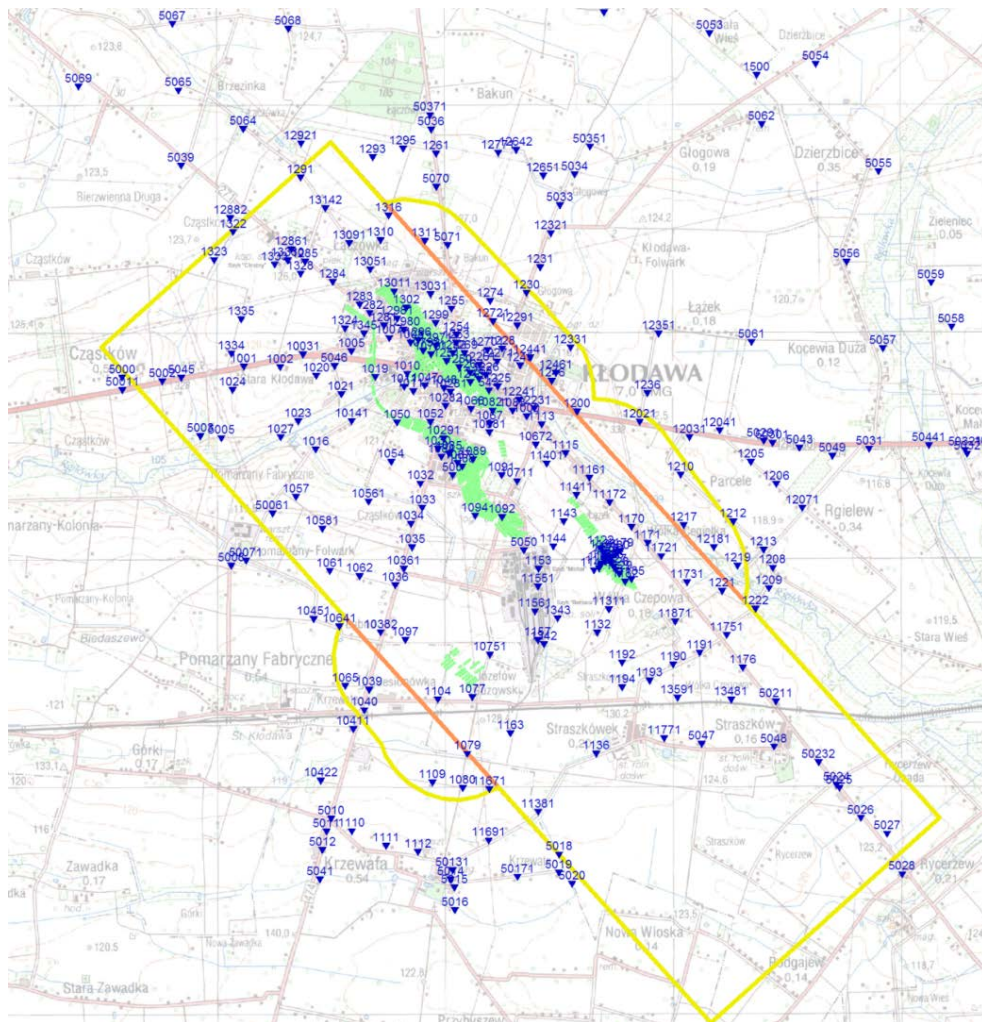
Na podstawie wyników pomiarów wysokości reperów w latach 1978–2011 możliwe było wyznaczenie całkowitych osiadań powierzchni terenu. W powierzchniowym rozkładzie osiadań powierzchni terenu wydzielić można dwie lokalne niecki obniżeniowe. Pierwsza z niecek ukształtowała się nad polem drugim. Maksymalne osiadanie powierzchni w centrum tej niecki wyniosło 200 mm. Centrum niecki jest przesunięte w stosunku do pól eksploatacyjnych w kierunku północno-wschodnim (rys. 8).

Druga lokalna niecka obniżeniowa wykształciła się nad polem pierwszym. Maksymalne osiadania w centrum niecki wyniosły około 80 mm. Analizując objętość wybranego złoża w świetle osiadań obserwowanych na powierzchni terenu, należy stwierdzić, że:



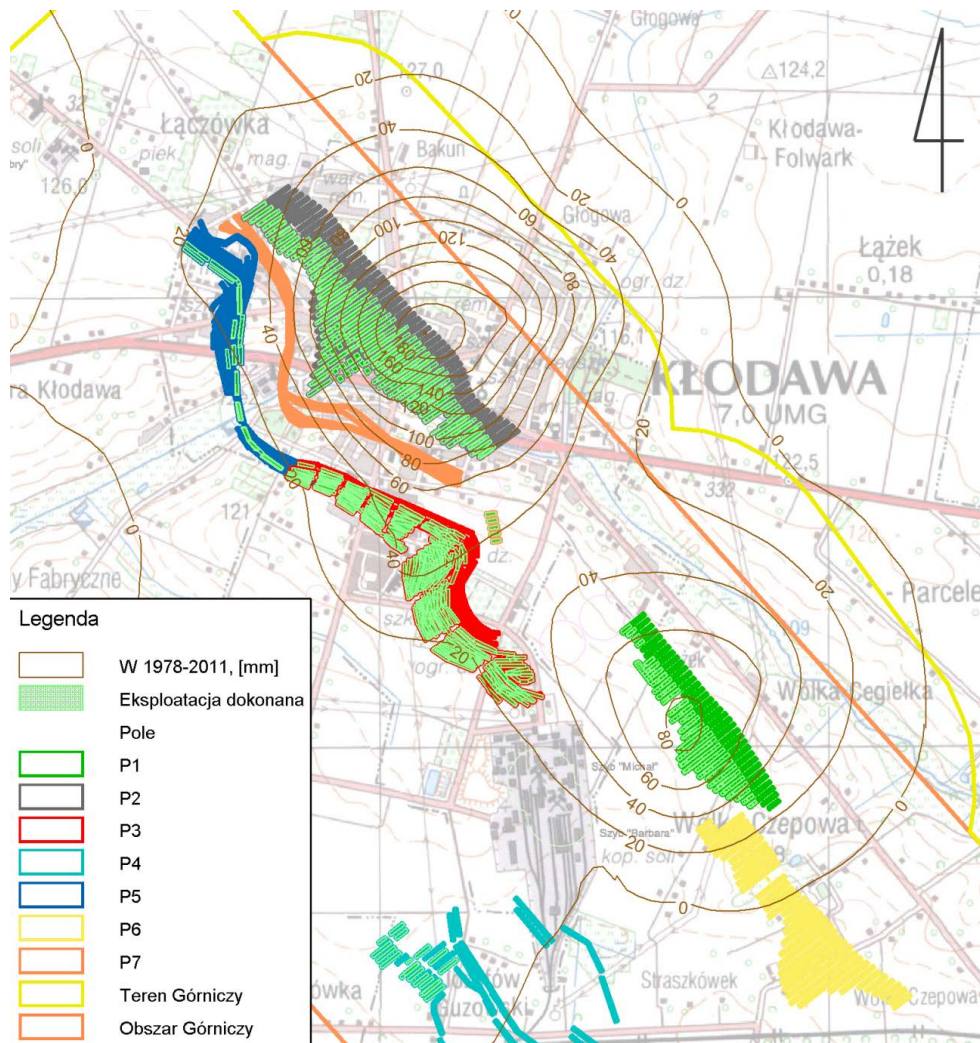
- ◆ największą objętość złoża wybrano w polach 2 oraz 3,
- ◆ największe osiadyania obserwowane są nad polem 2 oraz 1,
- ◆ eksploatacja prowadzona w polu 3 wywołała na powierzchni terenu nieznaczne osiadyania dochodzące zaledwie do około 50 mm,
- ◆ przesunięcie centrum niecki w stosunku do pola eksploatacji nr 2 może świadczyć o dewiacji niecki obniżeniowej, wywołanej nachyleniem warstw wysadu ponad złożem.

Reasumując powyższe spostrzeżenia należy stwierdzić, że decydujący wpływ na proces przemieszczeń w rejonie wysadu solnego Kłodawa miała eksploatacja prowadzona w polach 1 oraz 2.



Rys. 7. Sieć pomiarowa na terenie górniczym KS Kłodawa

Fig. 7. Measurement network in KS Kłodawa salt mine area



Rys. 8. Powierzchniowy rozkład osiadań powierzchni terenu

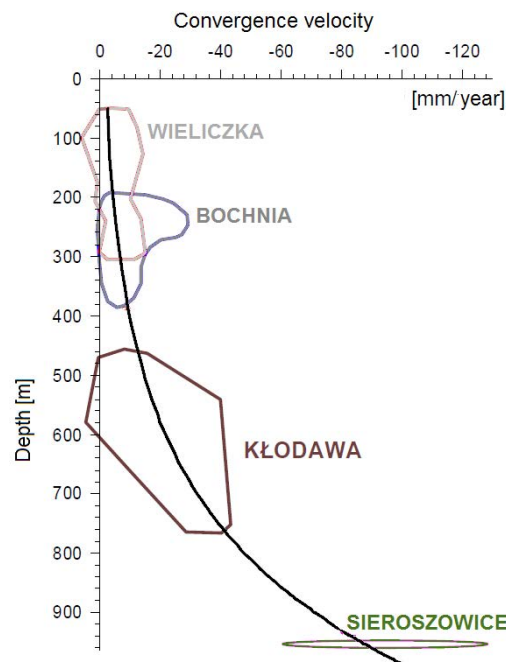
Fig. 8. Surface distribution of surface subsidence troughs

## 2.2. Pomiary konwergencji w soli

Ruchy górotworu solnego, który został naruszony przez działalność górniczą, zależne są od bardzo wielu czynników, z których do najważniejszych należą: strukturalna budowa złoża i górotworu otaczającego, typy soli w złożu, głębokość zalegania, sposób eksploatacji i geometria wyrobisk, a także wymiary pól międzykomorowych i złożowych.

W efekcie ruchu górotworu są niezwykle skomplikowane, a decydujące znaczenie dla ruchów powierzchni ma konwergencja wyrobisk w różnych częściach złoża (Kortas 2004). Zatem jedynym efektywnym sposobem poznania konwergencji jest jej pomiar. Na rysunku 9 zamieszczono podsumowanie niezwykle kompleksowych, długoletnich badań konwergencji wykonanych w różnych kopalniach soli na terenie Polski (Wojnar i Bieniasz 2006; Bieniasz i Wojnar 2007). Wyniki pomiarów konwergencji pozwalają na wyznaczenie tzw. względnej konwergencji objętościowej, która może stanowić wyjściową wartość parametru konwergencji w procesie estymacji odwrotnej. Jak widać istnieje dosyć jednoznaczna zależność prędkości konwergencji od głębokości zalegania złoża (rys. 9). Jednak w obrębie samego złoża konieczne jest uwzględnienie lokalnej zmienności, która jest zależna od warunków geologiczno-górnicych i determinuje dokładność parametryzacji modelu. To z kolei wpływa na dokładność prognozy przemieszczeń i deformacji powierzchni.

Przykładowo, dla analizowanej w niniejszej pracy kopalni Kłodawa widać zmienność prędkości konwergencji dla przedziału głębokości 460–770 m (rys. 9). Na przykład dla głębokości 600 m zakres możliwych prędkości konwergencji wynosił od +5 mm/rok do –50 mm/rok. Było to zależne od lokalizacji komory w stosunku do pozostałych komór danego pola, bądź grubości filarów międzykomorowych, czy też rejonu złoża.



Rys. 9. Średnie prędkości konwergencji wyznaczone na podstawie pomiarów w polskich kopalniach soli (Bieniasz i Wojnar 2007)

Fig. 9. Average convergence rates determined on the basis of measurements performed in Polish salt mines (Bieniasz and Wojnar 2007)

### 3. Modelowanie osiadań powierzchni terenu dla złoża soli

Modelowanie tak bardzo złożonych warunków górotworu solnego, zbudowanego z wielu typów soli o zróżnicowanych właściwościach mechanicznych, zalegających w formacji wysadowej o zmiennym nachyleniu warstw, jest niezwykle skomplikowane. Istnieją dwie możliwości: zastosowanie modeli numerycznych z założeniami elasto-plastycznych, bądź plastycznych warunków modelowania, albo modeli stochastycznych (Andrusikiewicz i Obracaj 2009; Hejmanowski 1993; Hejmanowski i Malinowska 2009; Hejmanowski i Kwinta 2010; Hu i in. 2011; Knothe 1984; Kortas 2004; Kowalski i Jędrzejec 2015; Maj 2008).

#### 3.1. Modelowanie elementarnej niecki obniżeniowej

Zaprezentowane rozwiązanie bazuje na autorskiej metodzie prognostycznej, wykorzystanej do prognozowania deformacji ciągłych dla złóż ropy i gazu. Modelowane złożo jest dzielone na elementy złożowe opisujące geometrię pustek poeksploatacyjnych (Hejmanowski 1993). W przypadku implementacji modelu do estymacji deformacji powierzchni terenu wynikających z zaciskania się pustek solnych każda z komór reprezentowana jest przez elementy złożowe o wymiarach  $20 \times 20$  m (Hejmanowski 2015). Osiadanie pojedynczego punktu na powierzchni terenu, wynikającego z zaciśnięcia się jednego elementu złożowego, określane jest na podstawie zależności (Knothe 1984):

$$\Delta s_{z_{i,j}}(d_{i,j}, t_i) = V_{s_i(t)} \cdot \varphi_z(d_{i,j}, H_i) \quad (1)$$

Natomiast osiadania powierzchni terenu nad całym złożem wyznaczone są poprzez superpozycję niecek elementarnych:

$$s_{z_j}(t) = \sum_{i=1}^N \Delta s_{z_{i,j}}(d_{i,j}, t_i) \quad (2)$$

- ↻  $N$  – ilość elementów złożowych,
- $i$  – numer porządkowy każdego kolejnego elementu złożowego,
- $j$  – numer porządkowy punktu obliczeniowego,
- $V_{s_i(t)}$  – objętość elementarnej niecki osiadań określona w czasie  $t$ , wywołanej zaciśnięciem się danej objętości  $i$ -tego elementu złożowego,
- $H_i$  – głębokość zalegania elementów złożowych [m],
- $t$  – różnica w czasie pomiędzy datą zakończenia eksploatacji danego elementu złożowego a czasem ujawniania się na powierzchni terenu [lata],



- $d_{i,j}$  – odległość pozioma pomiędzy punktem obliczeniowym  
 a środkiem elementu złożowego [m],  
 $\varphi_z(d_{i,j}, H_i)$  – funkcja przejścia określona na podstawie zależności:

$$\varphi_z(d_{i,j}, H_i) = \frac{1}{r_z^2} \exp\left(-\pi \frac{d_{i,j}^2}{r_z^2}\right) \quad (3)$$

- $r_z$  – kąt wpływów głównych zależny od głębokości wydobycia  $H$  i zwężłości  
 górotworu charakteryzowanej kątem rozproszenia wpływów głównych  $\beta$ :

$$R_H = H \cdot \operatorname{ctg} \beta \quad (4)$$

Dla tak zdefiniowanego rozwiązania możliwe było określenie osiadań powierzchni terenu w czasie, wynikających z powolnego zaciskania się komór solnych.

### 3.2. Dwustopniowe modelowanie czasu

Problem deformacji powierzchni terenu rozpatrywany był w ujęciu czasoprzestrzennym w długiej perspektywie czasowej. W badaniach został wykorzystany dwustopniowy model czasu Sroki-Schobera, pozwalający na opis procesu deformacji powierzchni terenu wywołanego przez kawerny solne (Schober i Sroka 1983). Pierwszym stopniem modelu jest konwergencja wyrobisk solnych w czasie, drugim stopniem jest tworzenie się niecki obniżeniowej w wyniku konwergencji. Model ten został zaadaptowany przez Hejmanowskiego do warunków eksploatacji węgla, soli oraz miedzi przy uwzględnieniu dewiacji wpływów na powierzchni terenu (Hejmanowski 2015; Sroka i Hejmanowski 1992; Hejmanowski i Kwinta 2010).

W pierwszym stopniu opisu zjawiska przemieszczeń górotworu prędkość konwergencji złoża solnego określono poprzez analizę proporcjonalności różnicy pomiędzy objętością pustki poeksploatacyjnej a konwergencją objętościową w dowolnej chwili  $t$ . Związek ten zapisany został równaniem różniczkowym:

$$\frac{\delta K(t)}{\delta t} = \xi \cdot [a_0 \cdot V(t) - K(t)] \quad (5)$$

- $\frac{\delta K(t)}{\delta t}$  – prędkość konwergencji objętościowej w czasie  $t$ ,  
 $V(t)$  – objętość wyeksploatowana w chwili  $t$ ,  
 $K(t)$  – konwergencja objętościowa w chwili  $t$ ,



- $\xi$  – względna prędkość konwergencji w czasie [1/rok],  
 $\alpha_0$  – współczynnik eksploatacji, dla soli = 1, tzn., że cała objętość komory bez strat zamieni się po nieskończonym czasie w objętość konwergującego górotworu.

Przebieg procesu deformacyjnego przez warstwy nadkładu opisane jest analogicznym równaniem różniczkowym postaci:

$$\frac{\delta V_s(z,t)}{\delta t} = \vartheta(z) \cdot [a_1(z) \cdot K(t) - V_s(z,t)] \quad (6)$$

- $\frac{\delta V_s(z,t)}{\delta t}$  – chwilowa prędkość narastania objętości niecki osiadania na poziomie  $z$  ponad złożem, w czasie  $t$ ,  
 $V_s(z,t)$  – chwilowa objętość niecki osiadania na poziomie  $z$  ponad złożem,  
 $a_1(z)$  – współczynnik opisujący stratę objętości powyżej strefy zawału do poziomu  $z$ , przy założeniu zerowej dylatacji górotworu,  
 $\vartheta(z)$  – współczynnik opisujący opóźnienie w ujawnianiu się wpływów na powierzchni terenu wynikających z wpływu czapy anhydrytowo-gipsowej na ten proces [1/rok].

W efekcie rozwiązując oba równania (5) i (6), przy warunkach brzegowych zakładających natychmiastową eksploatację każdego elementu złoża, otrzymać można zależność na elementarną objętość niecki w chwili  $t$ , w postaci:

$$V_S(t) = 1 + \frac{\xi}{\vartheta - \xi} e^{-\vartheta t} - \frac{\vartheta}{\vartheta - \xi} e^{-\xi t} \quad (7)$$

Jeżeli równanie (7) zaimplementujemy do rozwinięcia (1), otrzymujemy zależność, która pozwala na prognozowanie osiadań powierzchni terenu w ujęciu dwustopniowej funkcji czasu. Prezentowane autorskie rozwiązanie zostało zaimplementowane w systemie prognozowania deformacji ciągłych Modez. Pamiętać należy jednak o pewnych ograniczeniach zastosowanego modelu. Proponowane rozwinięcie nie pozwala na uwzględnienie w modelu naprężeń wywoływanych wzajemnie przez konwergujące wyrobiska komorowe na filary oporowe i półki międzypoziomowe. Nie można także modelować naprężeń w półce stropowej złoża, co pozwoliłoby określić ewentualne zagrożenie tej naturalnej bariery ochronnej całego wysadu. Tego typu obliczenia należałoby wykonać z zastosowaniem metod numerycznych (np. FEM). Przy wymienionych ograniczeniach, zastosowana metodyka modelowania przemieszczeń i deformacji pozwoliła jednak na budowę trójwymiarowego, efektywnego modelu obliczeniowego. Model ten umożliwił wykonanie wyznaczania parametrów, a następnie prognozę obniżeń i deformacji powierzchni w wyznaczonych momentach czasu.

#### 4. Estymacja parametrów modelu oparta na analizie odwrotnej

Parametryzację modelu oparto na wynikach pomiarów geodezyjnych, które pozwoliły na określenie przestrzennego rozkładu mierzonych osiadań powierzchni terenu w 2011 roku. Wykorzystując dwustopniową funkcję czasu dla funkcji przejścia możliwe było przeprowadzenie iteracyjnego modelowania osiadania powierzchni terenu dla zmiennych parametrów modelu. W wyniku minimalizacji odległości pomiędzy tymi dwoma wektorami otrzymano optymalne parametry modelu.

Raster reprezentujący czasoprzestrzenny rozkład mierzonych osiadań punktów w przestrzeni  $R^3$  opisany był przez zbiór  $S^m$ :

$$S^m = \{S_{ij}^m(x_i, y_i, t_j), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, m\} \quad (8)$$

- ☞  $S_{ij}^m$  – osiadanie w  $i$ -tym oczku rastra w  $j$ -tym horyzoncie czasowym, w którym określono osiadanie powierzchni terenu,
- $x_i, y_i$  – współrzędne środka ciężkości  $i$ -tego piksela w horyzoncie czasowym  $t_j$ ,
- $n$  – liczba oczek rastra,
- $m$  – liczba analizowanych horyzontów czasowych.

Natomiast raster reprezentujący czasoprzestrzenny rozkład prognozowanych osiadań punktów w przestrzeni  $R^3$  dla zmiennych parametrów, opisany był przez zbiór  $S^p$ :

$$S^p = \{S_{ij}^p(x_i, y_i, t_j), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, m\} \quad (9)$$

- ☞  $S_{ij}^p$  – osiadanie prognozowane  $i$ -tym oczku rastra w  $j$ -tym horyzoncie czasowym,
- $x_i, y_i$  – współrzędne środka ciężkości  $i$ -tego piksela w horyzoncie czasowym  $t_j$ ,
- $n$  – liczba oczek rastra,
- $m$  – liczba analizowanych horyzontów czasowych.

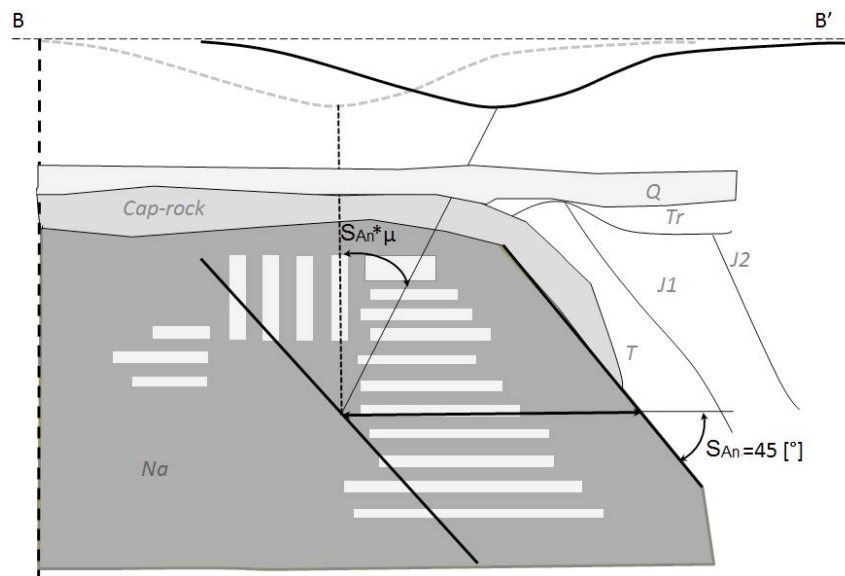
Kryterium optymalizacji opracowano na podstawie metody najmniejszych kwadratów w kolejnych iteracjach:

1.

$$F(\alpha) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (S_{ij}^m - S_{ij}^p)^2 \quad (10)$$

- ☞  $\alpha$  – zbiór parametrów funkcji celu  $\alpha = \{S_{Az}, S_{An}\}$ .
  - $S_{Az}$  – azymut upadu warstw geologicznych,
  - $S_{An}$  – kąt upadu warstw geologicznych.
- Zakłada się przy tym stały zbiór pozostałych parametrów teorii:  $\{a, \text{tg}\beta, \zeta^m\}$ .

Przybliżoną wartość parametrów  $S_{Az}$ ,  $S_{An}$  określono na podstawie szczegółowej analizy warunków geologicznych. W profilu poprowadzonym przez antyklinę od strony północno-wschodniej wyraźnie można zauważyć, że do ściany wysadu solnego przylegają utwory formacji triasowej i jurajskiej. Kąt nachylenia ściany wysadu solnego przy granicy północno-wschodniej wynosi  $\alpha = 45^\circ$ , azymut kąta nachylenia wynosi również  $45^\circ$ . Taki kąt został uwzględniony w dalszych symulacjach. Współczynnik kąta dewiacji został przyjęty empirycznie jako  $\mu = 0,7$  (Hejmanowski 2015).



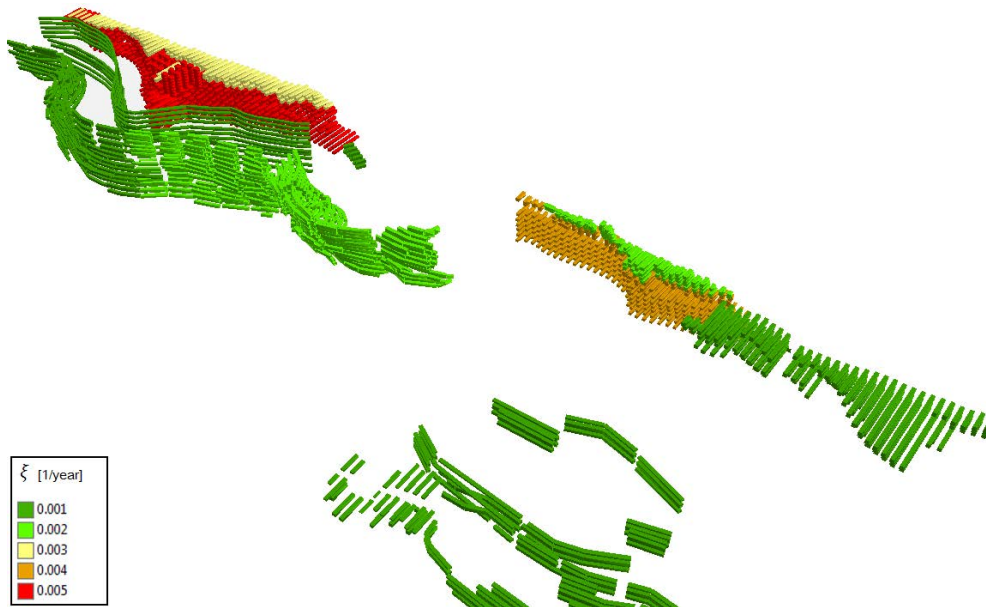
Rys. 10. Estymacja parametru dewiacji niecki osiadań oparta na nachyleniu warstw nadległych nad wysadem dolnym

Fig. 10. Tilt in the layers overlaying the salt dome and the parameter of subsidence bowl deviation  $\mu$

Dla rozkładu asymptotycznego deformacji powierzchni terenu przyjęto następujące parametry teorii Knothego:  $a = 1$ ;  $\text{tg}\beta = 1,00$ ,  $\zeta^m$  – parametr odpowiedzialny za prędkość konwergencji opracowany na podstawie pomiarów konwergencji (parametr przybliżony). Parametr względnej konwergencji objętościowej przyjmował wartości od 0,001 [1/rok] do 0,005 [1/rok]. Dla głębszych poziomów, na których panuje wyższe ciśnienie, proces konwergencji jest szybszy, co potwierdzają wyniki pomiarów konwergencji liniowej (rys. 11).

Wyniki modelowanych i mierzonych osiadań powierzchni terenu zaprezentowane w postaci rastrów pozwoliły na estymację optymalnego rozwiązania dla parametrów  $S_{Az}$ ,  $S_{AN}$  na drodze minimalizacji odchyłek:

$$(S_{Az}, S_{An})_{opt} = (S_{Az}, S_{An}) : F(\alpha) \rightarrow \min \quad (11)$$



Rys 11. Średnia, względna prędkość konwergencji objętościowej [1/rok]

Fig. 11. Average relative convergence Velocity [1/year]

Kryterium stopu minimalizacji przyjęto w postaci dopuszczalnego błędu dopasowania  $\sigma$

$$(S_{Az}, S_{An})_{opt} = (S_{Az}, S_{An}) : F(\alpha) < \sigma \quad (12)$$

Opierając się na powyższym rozwiązaniu uzyskano raster prognozowanych osiadań z optymalnymi parametrami  $S_{Az}$ ,  $S_{An}$ . Do dalszych analiz wykorzystano raster wynikowy z pierwszej iteracji  $S_{ij}^{p'}$ .

Iteracja druga dotyczyła optymalizacji rozwiązania ze względu na parametr czasu  $\xi$ .

2.

$$F(C) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (S_{ij}^m - S_{ij}^{p'})^2 \quad (13)$$

↗  $C$  – zbiór parametrów funkcji celu  $\alpha = \{\xi\}$ ,

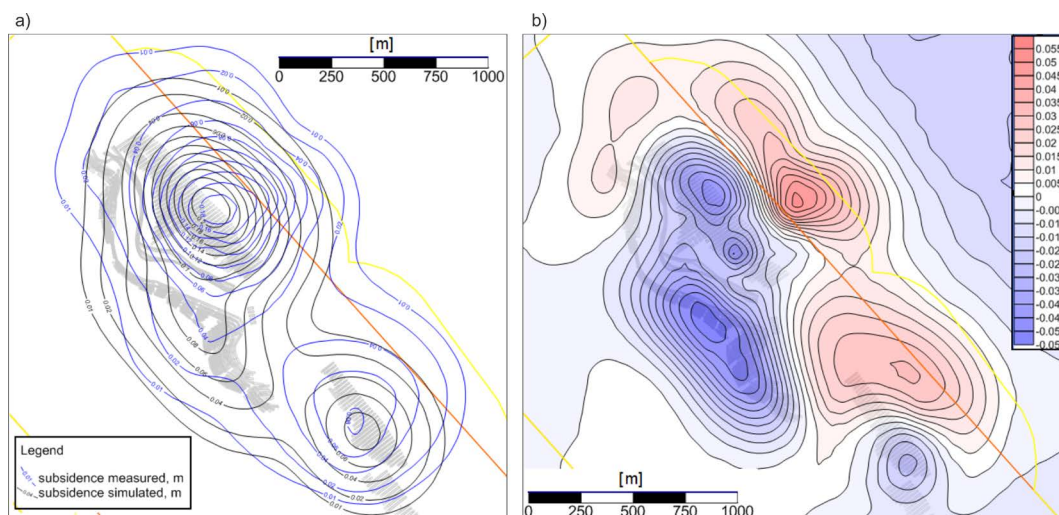
$\xi$  – parametr odpowiedzialny za prędkość konwergencji (parametr optymalny).

Założono przy tym następujący stały zbiór pozostałych parametrów teorii:  $\{a, \text{tg}\beta, S_{Az}, S_{An}\}$ .

W ramach realizacji niniejszego opracowania przeprowadzono obliczenia symulacyjne, które pozwoliły na wybór najlepszych wartości parametrów, to znaczy najlepiej opisujących proces deformacji w górotworze solnym kopalni Kłodawa.

## 5. Dyskusja otrzymanych wyników i podsumowanie

W wyniku iteracyjnej symulacji osiadań przy założeniu minimalizacji odchyłek pomiędzy wynikami pomiaru i prognozy uzyskano powierzchniowy rozkład prognozowanych osiadań w 2011 roku. Dla optymalnego rozwiązania w sensie minimalizacji wpływów uzyskano wartość odchylenia standardowego błędu dopasowania rastra osiadań prognozowanych do pomierzonych, który wyniósł  $\sigma_{S_o-S_m} = \pm 0,29$  mm. Modelowane osiadania powierzchni są większe niż mierzone w południowo-zachodniej części analizowanego modelu. Maksymalne rozbieżności pomiędzy osiadaniami mierzonymi i prognozowanymi osiągają  $\pm 55$  mm. Wyniki prognozowanych osiadań są niedoszacowane w północno-wschodniej części terenu górniczego (rys. 12).



Rys. 12. a) Prognozowany i mierzony rozkład osiadań powierzchni terenu w roku 2011 [m];  
 b) Różnica pomiędzy mierzonymi a prognozowanymi osiadaniami [m]

Fig. 12. a) Predicted and measured terrain subsidence in 2011 [m];  
 b) difference between measured and predicted terrain subsidence [m]

Optymalne rozwiązanie zostało uzyskane dla następujących wartości parametrów:

- ◆  $\operatorname{tg}\beta = 0,7$ , tangens kąta zasięgu wpływów głównych,
- ◆  $\mu = 0,6$ , parametr opisujący dewiację niecki obniżeniowej ze względu na nachylenie warstw górotworu,
- ◆  $r_s = 50$  m, promień zasięgu wpływów głównych na poziomie stropu eksploatowanego złoża,
- ◆  $a = 1,0$ , parametr zależny od systemu eksploatacji (sposobu kierowania stropem),
- ◆  $\zeta = 0,0007\text{--}0,002$  [1/rok], względna prędkość konwergencji objętościowej,
- ◆  $\eta = 3,0$  [1/rok], współczynnik czasu dla nadkładu.



W zakresie rozproszenia wpływów, uzyskany wynik (wartość  $\text{tg}\beta$ ) jest zgodny z wynikami innych badań, które podają wartości z zakresu  $0,5 > \text{tg}\beta > 1,0$  (Schober i Sroka 1983). Podobnie współczynnik konwergencji mieści się w zakresie wartości przyjmowanych w prognozach dla złóż solnych (Schober i Sroka 1983), a także jest zgodny z wartościami mierzonych konwergencji w warunkach wysadów solnych (po przeliczeniu na konwergencję objętościową) (Schober i Sroka 1983; Maj 2008; Wojnar i Bieniasz 2006). Wartość współczynnika dewiacji, odpowiedzialnego za odrzutowanie niecki ze względu na nachylenie warstw nakładu uległa zmniejszeniu w stosunku do startowej wartości przybliżonej, do  $\mu = 0,6$ .

Modelowanie numeryczne przemieszczeń pionowych nad kopalnią o sumarycznym wolumenie wyeksploatowanego złoża w komorach (ponad 20 mln m<sup>3</sup>) wymagałoby znacznych wydajności obliczeniowych oraz olbrzymich nakładów badań celem przygotowania wiarygodnego geomechanicznego modelu 3D całej kopalni. Próby podejmowane w odniesieniu do pojedynczych komór, czy niewielkich partii kopalni dały pozytywne rezultaty, jednak dotąd nie wykonano modelu numerycznego dla metody elementów skończonych dla całego masywu wysadu solnego. Zastosowanie omówionego w artykule modelu stochastycznego bazującego na normalnym rozkładzie wpływów jest możliwe, co wykazano z sukcesem estymując parametry modelu. Wartości wyznaczone w trakcie obliczeń odbiegają od wartości początkowych, jednak stabilność obliczeń została zachowana dzięki zastosowaniu odwrotnego iteracyjnego algorytmu estymacyjnego. Nie badano anizotropii górotworu, a z rozkładu izolinii osiadań teoretycznych i obserwowanych wynika, że w tym przypadku istnieje kierunkowa zmienność rozproszenia wpływów eksploatacji górniczej. Jest to potencjał dla przyszłych badań, które mogłyby pozwolić na uściślenie modelu prognostycznego. Wprowadzenie do wzorów modelu prognostycznego współczynników rozproszenia wpływów eksploatacji o zależności kierunkowej mogłoby jeszcze podnieść efektywność proponowanego rozwiązania.

*Publikacja została sfinansowana w ramach badań statutowych Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie nr 11.11.150.195.*

## LITERATURA

- Andrusikiewicz, W. i Obracaj, D. 2009. Wybrane problemy projektowania udostępnienia odległych pól eksploatacyjnych na przykładzie kopalni soli Kłodawa. *Geologia* 35(3), s. 315–325.
- Bieniasz, J. i Wojnar, W. 2008. Analiza porównawcza deformacji poeksploatacyjnych kłodawskiego systemu komorowo-filarowego przy pionowym i ukośnym układzie wyrobisk. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi – Mineral Resources Management* t. 24, z. 3/2, s. 111–123.
- Burliga i in. 1995 – Burliga, S., Kolonko, P., Misiek, G. i Czapowski, G. 1995. Kłodawa Salt Mine. Upper Permian (Zechstein) profile from basin center, salt tectonics, mineral transformations, salt mining problems. *XIII International Congress on Carboniferous-Permian Guide to Excursion A3*, s. 45–54. Warszawa: Wyd. PIG.
- De Waal i in. 2012 – De Waal, J.A., Roest, J.P.A., Fokker, P.A., Kroon, I.C., Breunese, J.N., Muntendam-Bos, A.G., Oost, A.P. i van Wirdum, G. 2012. The effective subsidence capacity concept: How to assure that subsidence in the Wadden Sea remains within defined limits? *Netherland Journal of Geosciences* 91(3), s. 385–99.

- Fokker, P.A. 2002. Subsidence Prediction and Inversion of Subsidence Data. *SPE/ISRM Rock Mechanics Conference*, 20–23 October, Irving, Texas. 2002.
- Fokker, P.A. i Orlic, B. 2006. Semi-Analytic Modelling of Subsidence. *Mathematical Geology* 38(5), s. 565–589.
- Fokker, P.A. i Van Thienen-Visser, K. 2016. Inversion of double-difference measurements from optical leveling for the Groningen gas field. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation* 49, s. 1–9.
- Fuhrmann i in. 2015 – Fuhrmann, T., Cuenca, M. C., Knöpfler, A. i Heck, B. 2015. Estimation of small surface displacements in the Upper Rhine Graben area from a combined analysis of PS-InSAR, levelling and GNSS data. *Geophysical Journal International* 203(1), s. 614–631
- Goel i in. 2011 – Goel, K., Parizzi, A. i Adam, N. 2011. Salt Mining Induced Subsidence Mapping Of Lueneburg (Germany) Using PSI And SBAS Techniques Exploiting ERS and TerraSAR-X Data, Proceedings of Fringe 2011, held 19–23 September, 2011 in Frascati, Italy. s. 1–4.
- Hejmanowski, R. 1993. Zur Vorausberechnung förderbedingter Bodensenkungen über Erdöl- und Erdgaslagerstätten. PhD Thesis, TU Clausthal (niepublikowane).
- Hejmanowski, R. 2015. Modeling of time dependent subsidence for coal and ore deposits. *International Journal of Coal Science & Technology* 2(4), s. 287–292.
- Hejmanowski, R. i Kwinta, A. 2010. Modelowanie deformacji ciągłych powierzchni terenu w warunkach zmiennego zalegania złoża. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi – Mineral Resources Management* t. 26, z. 3, Kraków, s. 141–153.
- Hejmanowski, R. i Malinowska, A. 2009. Evaluation of reliability of subsidence prediction based on spatial statistical analysis. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science* 46(2), s. 432–438.
- Hoek, E. i Diederichs, M.S. 2006. Empirical estimation of rock mass modulus. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 43(2), s. 203–215.
- Hu i in. 2011 – Hu, Q.F., Cui, X.M., Wang, G., Wang, M.R., Ji, Y.X., Xue, W.W. 2011. Key technology of predicting dynamic surface subsidence based on Knothe time function. *Journal of Software* 6(7), s. 1273–1280.
- Hwałek, S. 1971. *Górnictwo soli kamiennych i potasowych*. Katowice: Wyd. „Śląsk”.
- Knothe, S. 1984. *Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej*. Katowice: Wyd. „Śląsk”.
- Kortas, G. 2004. *Ruch górotworu w rejonie wysadów solnych*. Kraków: Wyd. IGSMiE PAN.
- Kowalski, A. i Jędrzejec, E. 2015. Influence of Subsidence Fluctuation in the Determination of Mining Area Curvatures. *Archives of Mining Sciences* Vol. 60, issue 2, Kraków.
- Kwinta, A. 2011. Application of the least squares method in determination of the Knothe deformation prediction theory parameters. *Archives of Mining Sciences* 56(2), s. 319–329.
- Mancini i in. 2008 – Mancini, F., Stecchi, F., Zanni, M. i Gabbianelli, G. 2008. Monitoring ground subsidence induced by salt mining in the city of Tuzla (Bosnia and Herzegovina). *Environmental Geology* 58(2), s. 381–389.
- Marketos i in. 2015 – Marketos, G., Govers, R., Spiers, C.J. 2015. Ground motions induced by a producing hydrocarbon reservoir that is overlain by a viscoelastic rocksalt layer: a numerical model. *Geophysical Journal International* 203(1), s. 228–242.
- Maj, A. 2008. Zależność konwergencji wyrobiska górniczego od czasu w górotworze sprężysto-lepkim na podstawie badań modelowych. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi – Mineral Resources Management* t. 24, z. 3/2, s. 97–109.
- Mokrzycki, E. (red.), Ślizowski K. i Saługa, P. 1996. *Surowce mineralne Polski. Surowce chemiczne. Sól kamienna*. Kraków: Wyd. CPPGSMiE PAN.
- Najjar, Y. i Zaman, M. 1993. Numerical modeling of ground subsidence due to mining. *International Journal of Rock Mechanics Science and Geomechanics* 30(7), s. 1445–1448.
- Poborski, J. 1970. The Upper Permian Zechstein in the Eastern province of Central Europe. *Third Symposium On Salt*, Cleveland, s. 24–29.
- Schober, F. i Sroka, A., 1983. Die Berechnung von Bodenbewegungen über Kavernen unter Berücksichtigung des zeitlichen Konvergenz und Gebirgsverhaltens. *Kali und Steinsalz* Bd. 8, Heft 10 (in German).
- Sroka i in. 1987 – Sroka, A., Schober, F., Sroka, T. 1987. Ogólne zależności między wybraną objętością pustki eksploatacyjnej a objętością niecki osiadania z uwzględnieniem funkcji czasu. *Ochrona Terenów Górniczych* 79(1), Katowice.
- Sroka, A. i Hejmanowski, R. 2006. Subsidence prediction caused by the oil and gas development. *3rd IAG/12th FIG Symposium*, Baden, May 22–24, 2006.

- Szostak-Chrzanowski i in. 2005 – Szostak-Chrzanowski, A., Chrzanowski, A. i Massiera, M. 2005. Use of deformation monitoring results in solving geomechanical problems-case studies. *Engineering Geology* 79, s. 3–12.
- Tarka, R. 1992. Tektonika wybranych złóż soli w Polsce na podstawie badań mezostrukturalnych. *Prace PIG* 137, 47, Warszawa.
- Yerro i in. 2014 – Yerro, A., Corominas, J., Monells, D., Mallorquí, J.J. 2014. Analysis of the evolution of ground movements in a low densely urban area by means of DInSAR technique. *Engineering Geology* 170, s. 52–65.
- Wojnar, W. i Bieniasz, J. 2006. *Pomiary deformacji wybranych wyrobisk komorowych, chodnikowych oraz filarów międzykomorowych w Kopalni Soli „Kłodawa” wraz z opracowaniem i analiza wyników za rok 2006*. Archiwum OBR Chemkop Kraków, s. 11–24.

#### WYKORZYSTANIE METODY ODWROTNEJ W ESTYMACJI OSIADAŃ POWIERZCHNI TERENU DLA ZŁÓŻ SOLI

##### Słowa kluczowe

prognozowanie deformacji powierzchni, wysady solne, konwergencja,  
estymacja parametrów modelu

##### Streszczenie

Modelowanie przemieszczeń i deformacji w rejonie kopalń soli napotyka na znaczne trudności ze względu na zmienne właściwości wytrzymałościowe soli, złożoną budowę morfologiczną złóż wydobywanych, własności reologiczne soli. Te czynniki powodują, że wpływy eksploatacji złóż soli ujawniają się przez setki lat, a precyzyjne wyznaczenie przemieszczeń w danym, żądanym momencie i miejscu są obciążone większą niepewnością, niż w przypadku innych typów złóż kopalni stałych. Modelowanie numeryczne dobrze się sprawdza przy ograniczeniu obszaru modelu do jednej lub kilku komór. Większy zakres znacznie obniża potencjał dokładnościowy i wydajność obliczeniową tego typu modeli. Zastosowanie modeli stochastycznych pozwala na modelowanie 3D dla całego kompleksu wyrobisk, pod warunkiem precyzyjnej parametryzacji takiego modelu. W artykule omówiono sposób modelowania przemieszczeń i deformacji dla jednej z największych kopalń soli w Europie o objętości wyeksploatowanego złoża ponad 21 mln m<sup>3</sup>. Parametryzacja modelu stochastycznego możliwa była dzięki udokumentowanym wynikom pomiarów konwergencji wyrobisk i pomiarów wysokościowych na powierzchni. Zastosowanie inwersji niecki obniżeniowej w metodzie najmniejszych kwadratów pozwoliło na estymację optymalnych wartości parametrów modelu stochastycznego. Modelowanie prowadzone było przy wykorzystaniu modelu stochastycznego i dwuparametrycznej funkcji czasu, która pozwala uwzględnić czas konwergencji wyrobisk i czas przejścia zaburzenia (przemieszczeń) na powierzchnię terenu. Szczegółowe analizy warunków geologicznych, które przeprowadzono w trakcie badań pozwoliły również na uwzględnienie dewiacji niecki obniżeniowej w modelowanym obrazie pionowych ruchów powierzchni terenu. Jakościowe i ilościowe potwierdzenie poprawności estymacji wykazano w graficznym zestawieniu modelowanych i mierzonych wartości przemieszczeń pionowych, w ujęciu przestrzennym. Wykorzystany w ramach badań model znajduje zastosowanie w prognozowaniu przemieszczeń i deformacji dla dowolnych okresów, dla przyszłych projektów eksploatacji złoża soli.

**LAND SUBSIDENCE INVERSION METHOD APPLICATION FOR  
SALT MINING-INDUCED ROCK MASS MOVEMENT**

**Key words**

subsidence prediction, salt dome, convergence, model parameter estimation

**Abstract**

The modeling of strains and deformations in salt mine areas encounters considerable difficulties because of the varying strength properties of salt, the complex morphological build of dome deposits and the rheological properties of salt. These properties have impacted the development of salt extraction for hundreds of years and the fact that the accurate determining of strains in a given specified moment and place are burdened with high uncertainty. Numerical modeling is useful when the model is reduced to one or several salt chambers. A broader range of underground post mining void considerably lowers the accuracy and efficiency of the calculations of such models. Stochastic models allow for a 3D modeling of the entire mining complex deposit, provided the model has been parametrized in detail. The methods of strains and deformations modeling were presented on the example of one of the biggest salt mines in Europe, where a volume of over 21 million m<sup>3</sup> of salt was extracted. The stochastic model could be parametrized thanks to the documented results of measurements of convergence of the underground mining panels and leveling on the surface. The use of land subsidence inversion in the least squares method allowed for estimating the optimum values of parameters of the model. Ground deformation modeling was performed using the two-parameter time function, which allows for a simulation to be carried out in time. In the simulation, the convergence of underground excavations and the transition in time the effects of convergence into ground subsidence was taken into account. The detailed analysis of the geological conditions lead to modeling deviation of the subsidence trough. The accuracy of the modeling results was qualitatively and quantitatively confirmed by a comparison of the modeled to measured values of the vertical ground movement. The scaled model can be applied in future mining extraction projects in order to predict the strains and deformations for an arbitrary moment in time.