

EDYTA BRZYCHCZY\*

## **Metoda modelowania i optymalizacji robót górniczych w kopalni węgla kamiennego z wykorzystaniem sieci stochastycznych. Część 2. Teoria technik sieciowych i budowa sieci stochastycznej**

### **Słowa kluczowe**

Modelowanie, optymalizacja, roboty górnicze, sieci stochastyczne, sieci GAN, metoda GERT

### **Streszczenie**

W artykule zaprezentowano teorię technik sieciowych i budowę sieci stochastycznej wprowadzonej do metody modelowania i optymalizacji robót górniczych w kopalni węgla kamiennego. Metoda może stanowić narzędzie wspomagające proces projektowania przyszłych robót górniczych z uwzględnieniem wymagań decyden-  
denta w sferze poziomym wyników produkcyjnych oraz ekonomiczno-finansowych.

### **Wprowadzenie**

Niniejszy artykuł jest kontynuacją artykułu zamieszczonego w zeszycie I Kwartalnika i przedstawia dalszą charakterystykę metody modelowania i optymalizacji robót górniczych w kopalni węgla kamiennego z wykorzystaniem sieci stochastycznych. Metoda została opracowana jako nowoczesne narzędzie badawcze i analityczne, które uwzględnia w swej konstrukcji niepewność i ryzyko w działalności kopalni węgla kamiennego, a także specyfikę prowadzonego procesu wydobywczego.

---

\* Dr inż., Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków.

W pierwszej części artykułu zostały przedstawione podstawowe definicje i założenia metody. Wprowadzono pojęcia obiektów przestrzennych i technicznych oraz ciągu produkcyjnego i robót górniczych.

Jak wspomniano w pierwszej części artykułu, głównym elementem omawianej metody jest sieć stochastyczna, która poprzez swoją konstrukcję umożliwia płynne modelowanie przebiegu robót górniczych w czasie wraz z odwzorowaniem niepewności zarówno ich kolejności, jak i czasu ich trwania będących pochodną warunków górniczo-geologicznych i techniczno-organizacyjnych, w jakich te roboty są prowadzone.

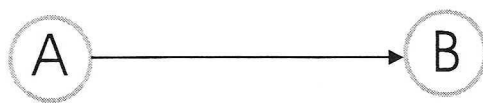
W niniejszym artykule zostanie pokrótce przedstawiony przegląd technik sieciowych i metoda GERTS, ich zastosowanie w polskim górnictwie węgla kamiennego oraz przyjęte etapy budowy sieci stochastycznej w opracowanej metodzie.

## 1. Metody sieciowe i metoda GERTS

Techniki sieciowe są najczęściej stosowanymi technikami do planowania i kontroli realizacji złożonych przedsięwzięć, dla których bez względu na ich charakter, rodzaj i złożoność, można wyodrębnić wspólne elementy. Są nimi: czynność, zdarzenie i zależność czasowa (Idźkiewicz 1967).

Czynność jest to dowolnie wyodrębniona część przedsięwzięcia, której realizacja związana jest z upływem czasu oraz zużywaniem zasobów. Czynność przedstawia się za pomocą linii łączącej ze sobą dwa wierzchołki oznaczające zdarzenia, co pokazano na rysunku 1.

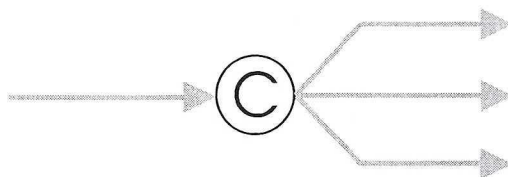
Zdarzenie jest to moment czasowy, w którym rozpoczynamy co najmniej jedną czynność lub w którym co najmniej jedna czynność się kończy (Siatki... 1967). Na rysunku 2



Rys. 1. Czynność pomiędzy zdarzeniami A i B

Źródło: opracowanie własne

Fig. 1. Activity between events A and B



Rys. 2. Zdarzenie C i czynności wchodzące i wychodzące z niego

Źródło: opracowanie własne

Fig. 2. Event C with input and output activities

przedstawiono zdarzenie C, czyli moment czasowy, w którym zakończyła się jedna czynność, a trzy mają w nim swój początek.

Zdarzenie oznacza się za pomocą wierzchołków różnego typu w zależności od rodzaju sieci w jakich występują.

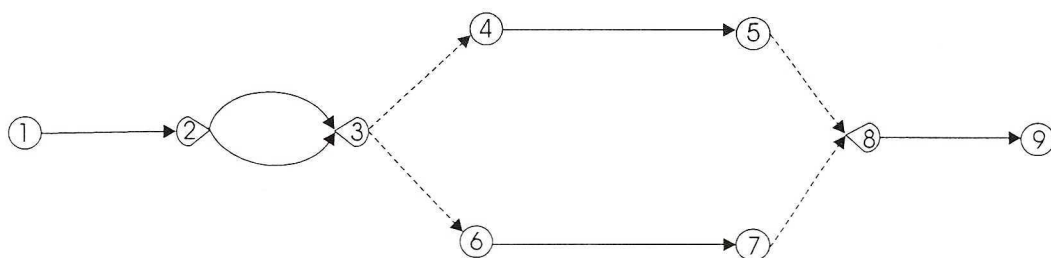
Zależność czasowa jest to czynność, która służy do pokazania zależności pomiędzy zdarzeniami, a w konsekwencji i czynnościami. Takie czynności zwane są również czynnościami ślepyimi (Idźkiewicz 1967) lub pozornymi (Jaworski 1999). Zależności czasowe znaczone są linią przerywaną, co przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Zależność czasowa pomiędzy zdarzeniami D i E  
Źródło: opracowanie własne

Fig. 3. Time dependence between events D and E

Sieć zależności (model sieciowy) jest graficznym przedstawieniem planu przedsięwzięcia pokazującym wzajemne zależności pomiędzy różnymi działaniami (Idźkiewicz 1967). Na rysunku 4 przedstawiono przykładową sieć zależności.



Rys. 4. Przykładowa sieć zależności  
Źródło: opracowanie własne

Fig. 4. Example of activity network

Przy budowie sieci zależności pierwszym krokiem jest ustalenie sposobu odwzorowania poszczególnych elementów sieci. Metody analizy sieciowej (zwane także metodami programowania sieciowego, metodami sieciowymi, metodami planowania sieciowego) oparte są na wykorzystaniu teorii grafów (Radzikowski 1980).

Jeżeli wierzchołki grafu będą nam reprezentować czynności, krawędzie zaś następstwa czasowe, to stworzona sieć będzie określana jako jednopunktowa, natomiast gdy czynności zostaną przedstawione za pomocą krawędzi, a zdarzenia za pomocą wierzchołków — taka sieć będzie nazywana siecią dwupunktową. W planowaniu sieciowym szersze zastosowanie

znajdują sieci dwupunktowe. Sieci dwupunktowe ze względu na strukturę logiczną można podzielić na (Jaworski 1999):

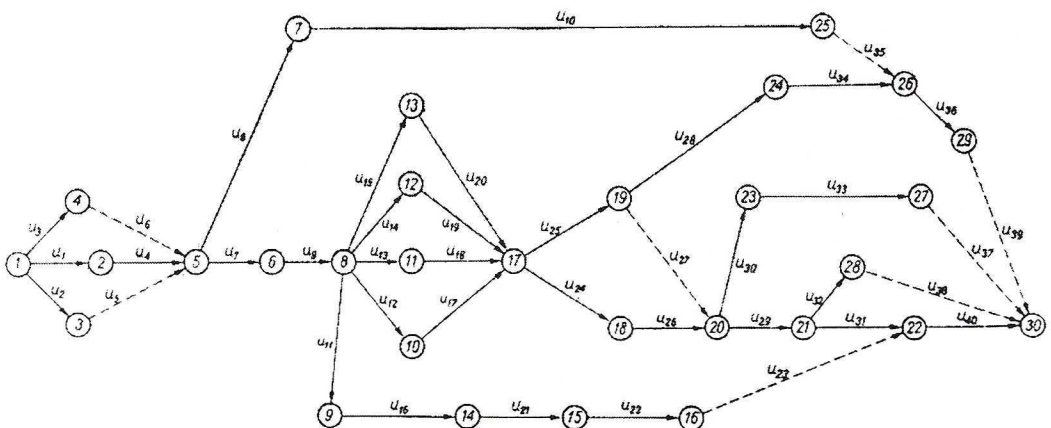
- sieci o strukturze deterministycznej, w której wszystkie czynności muszą zostać zrealizowane, aby przedsięwzięcie zostało wykonane, zwane sieciami kanonicznymi.
- sieci o strukturze niezdeterminowanej (probabilistycznej), w których każda czynność może być realizowana z określonym prawdopodobieństwem zwane sieciami stochastycznymi.

W odróżnieniu od sieci deterministycznych, w sieciach stochastycznych — aby projekt mógł zostać zakończony sukcesem — wystarcza realizacja jednej jakiegokolwiek czynności o określonym prawdopodobieństwie wychodzącej ze zdarzenia probabilistycznego.

W każdej sieci zależności należy określić czasy trwania poszczególnych czynności. Czas ten może być wielkością zdeterminowaną lub zmienną losową. Oprócz czasu można określić również inne atrybuty, np. koszt, wielkość zużytego zasobu itp. Sposób określania czasów trwania czynności lub innych atrybutów może również stanowić kryterium podziału metod sieciowych na: deterministyczne i probabilistyczne.

Pierwszą metodą planowania sieciowego była metoda ścieżki krytycznej (CPM — *Critical Path Method*), która powstała w 1957 roku w USA, jednak największą popularność zdobyła metoda PERT (*Program Evaluation and Review Technique* — technika oceny i kontroli przedsięwzięć), posługująca się sieciami deterministycznymi, która została wykorzystana w 1958 roku w USA dla opracowania harmonogramu i kontroli realizacji prac nad raketą balistyczną Polaris. Przykładową sieć o strukturze deterministycznej przedstawia rysunek 5.

Metody sieciowe w krótkim czasie zdobyły popularność, co spowodowało powstanie wielu odmian metod analizy sieci, np. CPS, PPS, LESS, CPA, RAMPS (Idźkiewicz 1967).



Rys. 5. Sieć o strukturze deterministycznej

Źródło: Ignasiak 1975

Fig. 5. Network with deterministic structure

Obecnie oprócz powstałych w latach sześćdziesiątych metod analiz sieciowych istnieje kilkadziesiąt metod, które są wykorzystywane w różnych gałęziach przemysłu, np. MPM-Metra, MK-ps, Cyclone, sieci Petriego (Organizacja ...1985).

Do najczęściej wykorzystywanych metod sieciowych zalicza się:

- a) metody sieciowe posługujące się sieciami kanonicznymi, np. CPM (Critical Path Method — metoda ścieżki krytycznej), PERT (*Program Evaluation and Review Technique* — technika oceny i kontroli przedsięwzięć),
- b) metody sieciowe posługujące się sieciami stochastycznymi, np. GERT (*Graphical Evaluation and Review Technique*).

Stosowanie sztywnej sieci PERT i potrójnego oszacowania obciążeń poszczególnych jej łuków daje z reguły uproszczony opis badanej rzeczywistości. Ścisłe określenie przebiegu przedsięwzięcia poprzez zdeterminowane parametry uniemożliwia wykorzystanie stworzonej sieci do analizy wielu wariantów rozwiązań. Stąd też, w wyniku krytyki techniki PERT, już wcześniej, bo w 1962 roku, pojawiły się próby jej ulepszenia. Wielowariantowość sieci stała się możliwa do przedstawienia dzięki wprowadzeniu przez H. Eisnera nowego typu zdarzenia (Eisner 1962). Zdarzenie to, przedstawione za pomocą wierzchołka „lub”, umożliwiło zapis alternatywnego przebiegu przedsięwzięcia. W tabeli 1 przedstawiono właściwości zdarzeń przy ich wystąpieniu w modelu sieciowym.

Ta koncepcja wprowadzenia bloków decyzyjnych w sieci poprzez dopuszczenie wielowariantowych wyjść ze zdarzeń umożliwiła w praktyce budowę zbiorczych sieci przedsięwzięć, które dotychczas ze względu na alternatywny charakter rozwiązań wymagały oddzielnego planowania (Trocki i in. 2003).

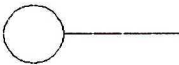
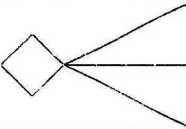
Propozycje metodologiczne H. Eisnera, w tym opracowana przez niego typologia wierzchołków sieci, pozwalają wykorzystać do opisu technik sieciowych grafy przepływu sygnałów SFG (*Signal Flow Graphs*), wprowadzone przez S.J. Masona przy analizie obwodów elektrycznych (Trocki i in. 2003).

TABELA 1

## Rodzaje zdarzeń

TABLE 1

## Events forms

Zdarzenie zdeterminowane	Zdarzenie probabilistyczne
	
W sieciach deterministycznych wystąpienie zdarzenia „i-i” pozwala na rozpoczęcie wszystkich czynności występujących po nim, jeżeli wszystkie czynności występujące przed nim zostały zrealizowane	W sieciach stochastycznych zaistnienie tego typu zdarzenia może rozpocząć jakąkolwiek czynność występującą po nim, a nie wszystkie jak to było w sieciach zdeterminowanych

Wprowadzenie nowego typu zdarzenia również okazało się niewystarczające. Rozszerzenie powiązań w sieci oraz podstawowe typy zdarzeń i zależności matematyczne z nich wynikające podał S.E. Elmaghraby (Elmaghraby 1964). Przedstawił on sieć typu GAN (*Generalized Activity Network*) i zaproponował dalsze uelastycznienie techniki sieciowej poprzez wprowadzenie rozłącznego wejścia zdarzenia (Trocki i in. 2003).

W sieci GAN zdarzenie składa się z dwóch części: strony wejścia i strony wyjścia. Logiczne formy wierzchołków od strony wejścia i wyjścia przedstawiono w tabeli 2.

Przykładową sieć stochastyczną przedstawia rysunek 6.

Kolejny etap w rozwoju sieci stochastycznych to opracowanie metody GERT, która służy do analizy sieci stochastycznych typu GAN.

Metoda GERT została opracowana przez Pritskera, Happa i Whitehouse'a (Pritsker, Happ 1966; Pritsker, Whitehouse 1966) poprzez połączenie koncepcji (Nasierowski 1978):

- budowy sieci PERT,
- grafów przepływów sygnałów,
- algebry grafów opracowanej przez S. Elmaghrabiego,
- stosowania elementów logicznych w sieciach.









W celu przeprowadzenia analizy sieci stochastycznych metodą GERT dokonuje się kolejnych redukcji ich struktury. W rozważaniach przyjmuje się, że każdy łuk sieci GAN opisany jest przez dwuwymiarowy wektor  $[p_i, t_i]$ , gdzie  $p_i$  jest prawdopodobieństwem realizacji łuku  $i$ , pod warunkiem, że wierzchołek, z którego on wychodzi zostanie zreali-

TABELA 2

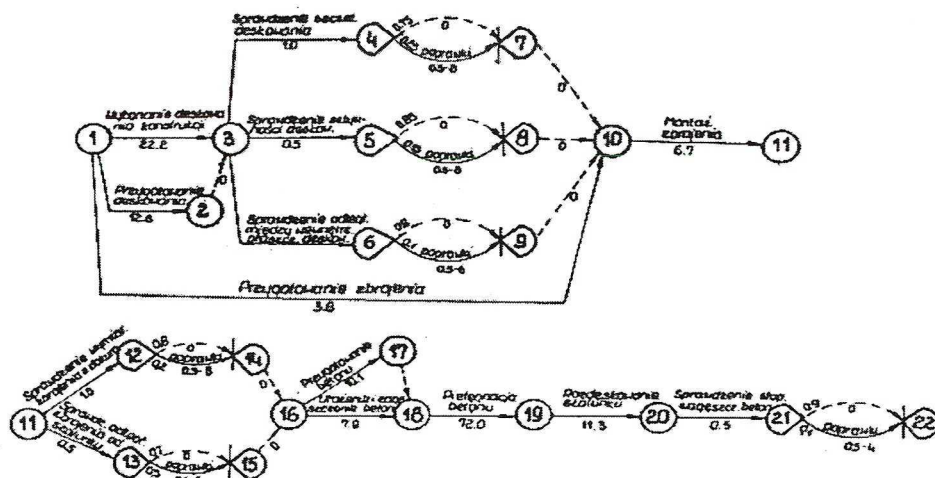
Logiczne formy wierzchołków w sieci GAN

TABLE 2

Logic forms of GAN network nodes

Wyjście z wierzchołków	Deterministyczne „i”	Probabilistyczne „lub”
Wejście do wierzchołków		
Zdarzenie wystąpi, jeżeli zakończą się wszystkie czynności poprzedzające „i”		
Zdarzenie wystąpi, jeśli skończy się jakakolwiek z czynności poprzedzająca „lub”		
Zdarzenie wystąpi, jeśli skończy się jedna i tylko jedna z czynności wzajemnie się wykluczających „albo”		

Źródło: opracowanie własne na podstawie Trocki i in. 2003



Rys. 6. Przykład sieci stochastycznej

Źródło: Kamburowski, Nowak 1984

Fig. 6. Example of stochastic network

zowany, a  $t_i$  oznacza czas trwania czynności odpowiadającej łukowi  $i$ , natomiast czas trwania czynności jest wielkością deterministyczną (Jaworski 1999).

Procedurę stosowania metody GERT można podzielić na kilka etapów (Trocki i in. 2003):

- opisanie projektu za pomocą sieci stochastycznej,
- zebranie danych liczbowych charakteryzujących obciążenie poszczególnych łuków sieci,
- redukcja skonstruowanej sieci stochastycznej,
- przekształcenie sieci (lub funkcji) zastępczej do postaci umożliwiającej określenie prawdopodobieństw i czasu (lub innego atrybutu),
- analiza i ocena wyników.

Rozwiązywanie modeli sieciowych GERT metodą kolejnych redukcji jest zbyt pracochłonne, stąd też wprowadzono możliwość wykorzystania do rozwiązywania złożonych sieci typu GAN metod symulacyjnych (np. Monte Carlo). Przykładem stosowania tego typu postępowania obliczeniowego jest metoda GERTS (*Graphical Evaluation and Review Technique Simulation*) (Jaworski 1999).

W metodzie tej przyjęto, że każdy łuk sieci opisany jest przez dwuparametrowy wektor  $W[p_i, t_i]$ , jednak w odróżnieniu od metody redukcji sieci, czas potrzebny do realizacji czynności opisanej przez łuk  $i$  (lub inny atrybut, np. czas trwania czynności, koszt, realizacja czynności, niezawodność itp. (Mercik 1976)), jest zmienną losową o danej gęstości prawdopodobieństwa  $f_i(t)$  (Trocki i in. 2003). Praktyczne zastosowanie dla wyrażenia funkcji gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej znajduje dziewięć rozkładów (Bocian, Juchnikowski 1979): jednopunktowy, normalny, prostokątny, Erlanga, logarytmiczno-normalny, Poissona, Beta, Gamma (w tym wykładniczy), Beta (sprowadzony do trzech parametrów, jak w metodzie PERT).

Kroki postępowania w tej metodzie są określone następująco (Trocki i in. 2003):

- Krok 1 — wykorzystując generator liczb losowych:
  - dla wierzchołków mających alternatywne wyjścia generujemy liczby losowe z rozkładów prawdopodobieństw określonych na tych wyjściach. Liczby te wyznaczają w sposób jednoznaczny podsieć, będącą jedną z możliwych struktur przedsięwzięcia;
  - dla każdej czynności podsieci generujemy liczbę losową z rozkładu prawdopodobieństwa opisującego czas realizacji tej czynności (lub inny atrybut).
- Krok 2 — dane otrzymane w kroku 1 traktujemy jako deterministyczne i wyznaczamy interesujące nas wielkości. Poszczególne wyniki są zapamiętywane w pamięci komputera.

Krok 1 i 2 powtarza się złożoną liczbę razy, taką, aby otrzymać zadowalająco dokładne oszacowania parametrów wybranych wielkości (prawo wielkich liczb). Przykładami takich parametrów, które wyznacza się w metodzie GERTS są prawdopodobieństwa realizacji zdarzeń końcowych oraz wartości średnie i wariancje rozkładów czasów osiągnięcia tych zdarzeń lub rozkładów innych atrybutów opisujących łuki sieci.

## **2. Metody sieciowe w górnictwie polskim**

Początki planowania sieciowego w górnictwie polskim przypadają na wczesne lata sześćdziesiąte. W pracy (Doświadczenia...1966) opisano doświadczenia ze stosowania siatek czynności w tej branży przemysłu, dotyczyły one sieci deterministycznych i techniki PERT. W późniejszym okresie zainteresowanie metodą PERT zmniejszyło się; co było spowodowane przede wszystkim bardzo pracochłonnym sposobem wyznaczania czasu trwania poszczególnych czynności oraz struktury sieci zależności, a także oderwanie stosowanych wówczas analiz sieciowych od funkcji kontrolnych. W powołanych pracach (Czylok i in. 1975; Czylok 1980, 1976; Lisowski 2001) opisano stworzone rozwiązania (SAWIP, system SPP.1, SPK, SPO-PR, metoda ACSM), które posługiwały się elementami techniki PERT oraz teorią grafów. Wdrażaniem i opracowaniem tych metod zajmował się Główny Instytut Górnictwa, a od 1975 roku nowo utworzona jednostka — Centralny Ośrodek Informatyzacji Górnictwa, obecnie Centralny Ośrodek Informatyki Górnictwa S.A. W Akademii Górniczo-Hutniczej na Wydziale Górniczym w Instytucie Projektowania i Budowy Kopalń również prowadzono prace, w których zastosowanie znalazły metody planowania sieciowego. W pracach (Cyrnek 1974; Cyrnek 1991; Soliński 1978) wykorzystano istniejące metody analizy sieciowej do programowania wielkości nakładów inwestycyjnych na wykonanie górniczych wyrobisk udostępniających i przygotowawczych w pełnym cyklu budowy kopalń głębinowych. Dla potrzeb projektowania optymalnego udostępnienia podziemnych złóż zastosowanie znalazły również sieci warstwowe (Magda, Phoung 1995).



### 3. Budowa sieci stochastycznej w opracowanej metodzie

Po przeprowadzonej analizie literatury obejmującej publikacje z doświadczeń górnictwa w zakresie stosowania metod sieciowych oraz modelowania i optymalizacji elementów kopalń rozpoczęto prace nad opracowaniem metody wykorzystującej sieci stochastyczne do modelowania i optymalizacji robót górniczych (Magda 2003; Majka 2003).

Aby stworzyć sieć stochastyczną adekwatną do projektowanego przedsięwzięcia — a w przypadku omawianej metody — do prowadzenia robót górniczych w kopalni węgla kamiennego, należało przyjąć pewien sposób opisu integralnych elementów sieci.

Podstawowymi elementami sieci stochastycznej są:

- łuki,
- wierzchołki.

Sieć taka jest siecią dwupunktową, czyli typu „AoA” (Dawson, Dawson 1998) tzn. (czynność na łuku).

Celem właściwego oddania oraz wykorzystania sposobu postępowania określonego w proponowanej metodzie założono, że zarówno liczba wierzchołków, jak i liczba łuków są zmienne, co umożliwia rozpatrywanie dużej liczby wariantów w zakresie możliwości prowadzenia eksploatacji w kopalni, oczywiście przy uwzględnieniu ograniczeń wynikających z warunków górniczo-geologicznych i techniczno-organizacyjnych.

#### 3.1. Opis łuków sieci

Do opisu charakterystyki łuków oddających poszczególne czynności sieci służą obiekty przestrzenne oraz obiekty techniczne. O wymiarach sieci decyduje kombinacja wszystkich możliwych połączeń obiektów technicznych i przestrzennych, dopuszczalnych z punktu widzenia technologii, uwzględniających następstwa czasowe poszczególnych czynności oraz dostępność obiektów technicznych koniecznych do wykonania określonych czynności.

Istnieje możliwość wykorzystania różnego wyposażenia do wykonania danej czynności w  $j$ -tym wyrobisku, stąd też powstają alternatywne łuki, o których liczbie decydują warianty wyposażenia  $j$ -tego wyrobiska, zapisane odpowiednio w macierzach  $MWCH$  lub  $MWS$ .

Wprowadzono następujący zapis charakterystyki łuku:

$$a_c = \begin{bmatrix} CZ_{ij} \\ P_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdzie:

- $c$  — numer kolejny łuku  $a$ ,
- $CZ_{ij}$  — określona czynność realizowana w  $j$ -tym obiekcie ścianowym w  $i$ -tym ciągu produkcyjnym:
  - roboty przygotowawcze  $RP_{ij}$ ,
  - drążenie przecinki  $RO_{ij}$ ,

- prace zbrojeniowe ściany  $ZB_{ij}$ ,
  - eksploatacja ściany  $E_{ij}$ ,
  - prace likwidacyjne  $LK_{ij}$ ,
- $p_c$  — prawdopodobieństwo realizacji łuku o danej charakterystyce.

Przykładowy opis łuku sieci stochastycznej przedstawiono poniżej:

$$a_5 = \begin{bmatrix} E_{21} \\ 0,5 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Interpretacja zapisu (2) jest następująca: łuk numer pięć oddaje czynność eksploatacji pierwszej ściany w drugim ciągu produkcyjnym. Prawdopodobieństwo realizacji tego łuku wynosi 0,5.

Prawdopodobieństwa realizacji łuków dla wierzchołków mających alternatywne wyjścia, zgodnie z metodologią techniki GERTS, mogą być każdorazowo wyznaczane poprzez generowanie liczb losowych z rozkładów prawdopodobieństwa określonych na tych wyjściach, przy założeniu, że suma prawdopodobieństw łuków wychodzących z  $i$ -tego wierzchołka jest równa 1, mogą również być wyznaczone z wykorzystaniem metod eksperckich, co proponuje się w literaturze (Giedymin, Bałtowski 1981).

W opracowanej metodzie prawdopodobieństwa realizacji łuków są ustalane przez projektanta z wykorzystaniem jego wiedzy i doświadczenia o możliwości prowadzenia robót górniczych w danych warunkach górniczo-geologicznych i techniczno-organizacyjnych.

Dla zachowania spójności sieci opisano również łuki, które przedstawiają zależność czasową:

$$a_c = \begin{bmatrix} 0 \\ p_c \end{bmatrix} \quad (3)$$

gdzie:

- $c$  — numer kolejny łuku  $a$ ,
- 0 — czynność pozorna,
- $p_c$  — prawdopodobieństwo realizacji łuku o danej charakterystyce.

### 3.2. Opis wierzchołków sieci

W sieciach dwupunktowych wierzchołek reprezentuje zdarzenie, którego wystąpienie uzależnione jest od realizacji czynności do niego wchodzących. Zdarzenie również rozpoczyna czynności następujące po nim.

W opisie sieci stochastycznej zastosowanie znajduje sześć typów wierzchołków powstających z możliwych kombinacji ich wejść i wyjść.

Istnieją trzy rodzaje wejść i dwa rodzaje wyjść z wierzchołków, co przedstawiono w tabeli 3.

Wierzchołki sieci stochastycznej można opisać za pomocą następującej macierzy:

$$w_i = \begin{bmatrix} tp_{wej} & tp_{wyj} \\ ap_1 & aw_1 \\ ap_2 & aw_2 \\ \dots & \dots \\ ap_e & aw_f \end{bmatrix} \quad (4)$$

gdzie:



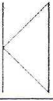


- $i$  — numer kolejny wierzchołka, dla  $i = 1, 2, \dots, dd$ ,
- $dd$  — liczba wierzchołków sieci,
- $tp_{wej}$  — typ wejścia wierzchołka  $w_i$ , który może być oznaczony jako:
  - 11 — gdy wejście jest typu deterministyczne „i”,
  - 12 — gdy wejście jest typu probabilistyczne „lub”,
  - 13 — gdy wejście jest typu probabilistyczne „albo”,

TABELA 3

Graficzna i logiczna interpretacja zapisów wejść i wyjść z wierzchołków

TABLE 3

Graphic and logic interpretation of input and output nodes

Rodzaj elementu	Wartość $tp$	Oznaczenie graficzne	Skutek logiczny
WEJŚCIE	11		Zdarzenie wystąpi kiedy zakończone zostaną wszystkie czynności wchodzące do wierzchołka „i”
WEJŚCIE	12		Zdarzenie wystąpi kiedy zakończy się jedna jakkolwiek czynność wchodząca do wierzchołka „lub”
WEJŚCIE	13		Zdarzenie wystąpi kiedy zakończy się jedna i tylko jedna z czynności wzajemnie się wykluczających wchodzących do wierzchołka „albo”
WYJŚCIE	21		Wszystkie czynności po wystąpieniu zdarzenia wychodzące z wierzchołka „i” muszą zostać zrealizowane
WYJŚCIE	22		Po wystąpieniu zdarzenia jedna jakkolwiek z czynności wychodzących z wierzchołka „lub” może zostać zrealizowana

$tp_{wyj}$  — typ wyjścia wierzchołka  $w_i$ , który może być oznaczony jako:

21 — gdy wyjście jest typu deterministyczne „i”,

22 — gdy wyjście jest typu probabilistyczne „lub”,

$ap_i$  — łuki wchodzące do wierzchołka  $w$ , dla  $i = 1, 2, \dots, e$ ,

$aw_i$  — łuki wychodzące z wierzchołka  $w$ , dla  $i = 1, 2, \dots, f$ ,

$e$  — liczba łuków wchodzących do wierzchołka  $w$ ,

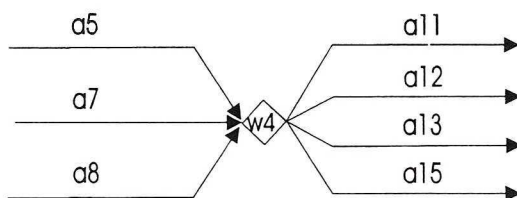
$f$  — liczba łuków wychodzących z wierzchołka  $w$ .

Przykładowy opis wierzchołka sieci stochastycznej można przedstawić następująco:

$$w_4 = \begin{bmatrix} 12 & 22 \\ a_5 & a_{11} \\ a_7 & a_{12} \\ a_8 & a_{13} \\ 0 & a_{15} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Wierzchołek 4 ma wejście typu „lub” i wyjście typu „lub”. Aby zdarzenie opisane tym wierzchołkiem wystąpiło, musi zostać zakończona jedna jakakolwiek z czynności wchodzących do niego ( $a_5, a_7, a_8$ ). Po wystąpieniu zdarzenia mogą rozpocząć się jedna lub więcej czynności wychodzących z wierzchołka ( $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{15}$ ).

Graficzne przedstawienie przykładowo opisanego wierzchołka zamieszczono na rysunku 7.



Rys. 7. Przykładowy wierzchołek sieci

Źródło: opracowanie własne

Fig. 7. Example of network node

Opisana szczegółowo sieć służy za podstawę do budowy modelu matematycznego, którego główne założenia przedstawiono w dalszej części artykułu.

#### 4. Wprowadzenie do modelu matematycznego

Po zbudowaniu sieci stochastycznej adekwatnej dla planowanego przedsięwzięcia konieczne było stworzenie algorytmu obliczeń.

Algorytm obliczeń podzielono na dwa etapy:

1. Etap I — działania na informacjach zgromadzonych w bazie danych o wyrobiskach, maszynach i urządzeniach.
2. Etap II — obliczenia sieci stochastycznej.

Do działań na danych zgromadzonych w bazie zaliczono badanie podobieństwa obiektów (wyrobisk), którego podstawy teoretyczne autorka opisała szczegółowo w swej pracy doktorskiej (Brzychczy 2005). Po wyborze obiektów najbardziej do siebie podobnych pod względem określonego zbioru cech i przyjęcia potrzebnych charakterystyk (postępu danych robót (*Pos*) oraz kosztu ich prowadzenia (*Koszt*), przechodzi się do etapu obliczeń na sieci stochastycznej.

Obliczenia sieci stochastycznej wymagały wyprowadzenia zależności matematycznych pomiędzy charakterystykami opisującymi czynności na łukach tej sieci. Zależności te szczegółowo zostaną przedstawione w części trzeciej artykułu poświęconego omawianej metodzie.

### Podsumowanie

W artykule została przedstawiona dalsza charakterystyka metody modelowania i optymalizacji robót górniczych w kopalni węgla kamiennego z wykorzystaniem sieci stochastycznych. W części drugiej omówiono przegląd technik sieciowych i metodę GERTS oraz etapy budowy sieci stochastycznej dla opracowanej metody. W następnej części zostanie szczegółowo przedstawiony model matematyczny umożliwiający przeprowadzenie obliczeń na zbudowanej sieci stochastycznej i na podstawie ich wyników — wybór najlepszego rozwiązania.

Artykuł opracowany w ramach pracy statutowej 11.11.100.856

### LITERATURA

- Bocian L., Juchnikowski G., 1979 — Metoda sieciowa GERT. Informatyka nr 11.
- Brzychczy E., 2005 — Metoda modelowania i optymalizacji robót górniczych w kopalni węgla kamiennego z wykorzystaniem sieci stochastycznych. Praca doktorska, Kraków.
- Cyrnek C., 1974 — Prognozowanie nakładów inwestycyjnych w zakresie robót górniczych udostępniających i przygotowawczych w zależności od tempa realizacji w cyklu budowy głębinowych kopalni węgla kamiennego. Zeszyty Naukowe AGH, Górnictwo z. 59, Kraków.
- Cyrnek C., 1991 — Wybrane zagadnienia przebiegu i oceny procesu inwestycyjnego budowy kopalń głębinowych. Skrypty Uczelniane AGH, Wyd. AGH, Kraków.
- Czyłok A., Madejski A., Wiercioch A., 1975 — Perspektywiczne planowania budowy i rozwoju kopalń w górnictwie węgla kamiennego (system SPP). Przegląd Górniczy nr 5.
- Czyłok A., 1976 — Symulacyjna analiza wariantów inwestycyjno-produkcyjnych kopalń węgla kamiennego. Prace GIG, Komunikat nr 663, Katowice.

- Czyłok A., 1980 — Szczególne przypadki analizy sieci i ich zastosowanie w górnictwie. Prace GIG, Katowice.
- Dawson R.J., Dawson C.W., 1998 — Practical proposals for managing uncertainty and risk in project planning. *International Journal of Project Management*, Elsevier Science Ltd and IPMA, vol. 16, no. 5.
- Doświadczenia ze stosowania siatek czynności (PERT). Red. A. Lisowski. Wyd. GIG, Katowice 1966.
- Eisner H., 1962 — A Generalized Network approach to the planning and scheduling of a research project. *Operation Research* vol. 10, no. 1.
- Elmaghraby S.E., 1964 — An algebra for the Analysis of Generalized Activity Networks. *Management Science*, vol. 10, no. 3.
- Elmaghraby S.E., 1970 — The theory of networks and Management Science. *Management Science* vol. 17, no. 2.
- Giedymin O., Bałtowski M., 1981 — Metody sieciowe — wykłady i zadania. Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, Lublin.
- Ildzkiewicz A., 1967 — PERT — metody analizy sieciowej. PWN, Warszawa.
- Ignasiak E., 1975 — Programowanie sieciowe. PWE, Warszawa.
- Jaworski K.M., 1999 — Metodologia projektowania realizacji budowy. PWN, Warszawa.
- Kamburowski J., Nowak A., 1984 — O wykorzystaniu sieci typu GERT w planowaniu procesów budowlanych. *Problemy Rozwoju Budownictwa*, r.19, nr 4.
- Lisowski A., 2001 — Podstawy ekonomicznej efektywności podziemnej eksploatacji złóż. Wydawnictwo GiG i PWN, Katowice—Warszawa.
- Magda R., 2003 — Koncepcja wykorzystania sieci stochastycznych do projektowania i optymalizacji robót górniczych w kopalniach węgla kamiennego. Materiały konferencyjne, Szkoła Ekonomiki i Zarządzania w Górnictwie, Bukowina Tatrzańska
- Magda R., Phoung T.H., 1995 — Projektowanie optymalnego udostępnienia podziemnych złóż na bazie modelowania matematycznego. Zastosowanie metod matematycznych w nauce i technice. Materiały IV Międzynarodowego Sympozjum nt. Zastosowanie metod matematycznych, techniki komputerowej w geologii, górnictwie, metalurgii i pokrewnych dziedzinach. Kraków.
- Majka E., 2003 — Modelowanie robót górniczych za pomocą sieci stochastycznych. Materiały konferencyjne, Szkoła Ekonomiki i Zarządzania w Górnictwie, Bukowina Tatrzańska.
- Mercik J.W., 1976 — Modelowanie sieciowe za pomocą sieci typu GAN. Prace Naukowe Instytutu Organizacji i Zarządzania Politechniki Wrocławskiej nr 12. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
- Nasierowski W., 1978 — Metoda GERT. *Przegląd Organizacji* nr 2.
- Organizacja i planowanie budowy. Red. W. Lenkiewicz. PWN, Warszawa 1985.
- Phoung T.H., Magda R., 1995 — Zastosowanie programowania matematycznego i techniki komputerowej do projektowania optymalnego udostępnienia złoża MAO KHE w Wietnamie. Zastosowanie metod matematycznych w nauce i technice. Materiały IV Międzynarodowego Sympozjum nt. Zastosowanie metod matematycznych, techniki komputerowej w geologii, górnictwie, metalurgii i pokrewnych dziedzinach. Kraków.
- Pritsker A.A.B., Happ W.W., 1966 — GERT — Graphical evaluation and review technique. Part I, Fundamentals. *Journal of Industrial Engineering* vol. 17, nr 5.
- Pritsker A.A.B., Whitehouse C.E., 1966 — GERT — Graphical evaluation and review technique. Part 2, Probabilistic and industrial engineering applications. *Journal of Industrial Engineering* vol. 17, nr 6.
- Radzikowski W., 1980 — Matematyczne techniki zarządzania. PWE, Warszawa.
- Siatki czynności i ich analiza. Praca zbiorowa. Wydawnictwo Morskie. Gdynia 1967.
- Soliński I., 1978 — Metoda oceny efektywności procesu budowy górniczego zespołu produkcyjnego w warunkach Lubelskiego Zagłębia Węglowego. Praca doktorska, AGH, Kraków.
- Trocki M., Grucza B., Ogonek K., 2003 — Zarządzanie projektami. PWE, Warszawa.
- Zuber R., 1975 — Planowanie i kierowanie przedsięwzięciami badawczymi i projektowymi za pomocą sieci stochastycznych. *Przegląd Organizacji* nr 4.

EDYTA BRZYCHCZY

**MODELLING AND OPTIMISATION METHOD OF MINING WORKS IN HARD COAL MINE WITH AN APPLICATION  
OF STOCHASTIC NETWORKS  
PART 2. THEORY OF NETWORK TECHNIQUES AND STOCHASTIC NETWORK CREATION**

**Key words**

Modelling, optimisation, mining works, stochastic networks, GAN networks, GERT method

**Abstract**

The article presents theory of network techniques and stochastic network creation introduced to modelling and optimisation method of mining works in hard coal mine. Presented method could be an useful tool to design process of future mining works in coal mine, according to technical and economical plans.