

Jan Woleński

## Zrozumieć Tarskiego czy zrozumieć teorię prawdy Tarskiego?

Adam Nowaczyk przeprowadził staranną i interesującą egzegezę definicji prawdy podanej przez Alfreda Tarskiego w jego epokowej pracy *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych* wydanej w 1933 r. Analiza dotyczy tylko tej monografii z marginalnymi uwagami na temat późniejszych prac Tarskiego i innych autorów (wyjawszy pewien pomysł Andrzeja Grzegorzcyka, do którego jeszcze wrócę). Nie ma oczywiście żadnego powodu, aby kwestionować koncentrację analizy na tym, co Tarski napisał w swej najważniejszej pracy na temat pojęcia prawdy. Zrozumienie Tarskiego w określonym kontekście historycznym jest w pełni uzasadnionym zamysłem badawczym. Niemniej jednak uważam, że zrozumienie Tarskiego w takim właśnie sensie niekoniecznie przyczynia się do zrozumienia semantycznej teorii prawdy, zwłaszcza przez osoby wychowane w innym sposobie rozumienia i uprawiania logiki.

Oba przedsięwzięcia analityczne, tj. próba rozumienia Tarskiego i próba rozumienia teorii Tarskiego nie dają się całkowicie odseparować i wzajemnie na siebie wpływają. Mimo to trzeba je odróżniać z następujących powodów. Po pierwsze, poglądy Tarskiego ulegały zmianie. Nowaczyk słusznie podkreśla, że Tarski nigdy nie porzucił zasadniczego zrębu swojej konstrukcji definicji prawdy. To jednak nie przesądza zmiany w szczegółach, które bynajmniej nie były drugorzędne. Po drugie, obecna ekspozycja semantycznej definicji prawdy odbywa się przede wszystkim w ramach języków I rzędu, w tym sensie, że poszukiwana konstrukcja jest tworzona dla nich. Można oczywiście zajmować się semantyką języków nieelementarnych, ale nie stwarza to żadnych specjalnie nowych problemów. Nadto można przyjąć tezę Hilberta o możliwości elementaryzacji każdego języka. Kosztem jest potrzeba dodania odpowiednich aksjomatów pozalogicznych zastępujących definicje dające się wyrazić w apa-

raturach pojęciowych nadbudowanych nad językami wyższych rzędów, ale nie ma to większego znaczenia z abstrakcyjnego punktu widzenia. Tarski pracował (w 1933 r.) w prostej teorii typów (uważał ją za analogon teorii kategorii semantycznych), co prowadziło do rozmaitych komplikacji, przede wszystkim w związku z fundamentalną tezą, że metajęzyk **MJ** dla konstrukcji definicji prawdy musi być bogatszy od przedmiotowego języka **J**, dla którego definicja jest formułowana. Sam Tarski porzucił teorię kategorii semantycznych na rzecz prostszej ramy w postaci rzędów funkcji zdaniowych. Było to już bliskie wspomnianej tezie Hilberta, ale różnica polegała na tym, że Tarski długo (powiedzmy do lat 1950) posługiwał się szerokim rozumieniem logiki, w myśl którego przynajmniej część matematyki, w szczególności teoria mnogości, należała do tego, co logiczne. Dzisiaj sytuacja wygląda tak, że arytmetyka (liczb naturalnych) I rzędu (także nieelementarna), rozumiana jako teoria pozalogiczna, jest punktem krytycznym dla rozważań metamatematycznych.

Dwie istotne konsekwencje wypływają z tego faktu: (a) teorię prawdy można ugruntować w słabej arytmetyce II rzędu zawierającej pewne kwantum teorii mnogości (m.in. arytmetyczny aksjomat komprehensji) jako metateorii; (b) nie ma większej różnicy pomiędzy absolutnym pojęciem prawdy, tj. niezrelatywizowanym do modelu, a relatywnym, wprowadzonym przez Tarskiego i Roberta Vaughta w 1957 roku. Nowaczyk dotyka punktu (b), ale wydaje mi się, że stanowczo przecenia odmienną oba pojęć. W 1933 r. nie tylko chodziło o to, że Tarski nie dysponował pojęciem modelu. Mówiąc o absolutnym pojęciu prawdy kontrastował je z takim, które jest ograniczone do jakiejś szczególnej klasy przedmiotów (podklasy zbioru wszystkich przedmiotów). To, czy kryją się za tym jakieś intuicje filozoficzne, stanowi odrębny temat. Nie rozwijając tego wątku, wspomnę tylko, że Maria Kokoszyńska uważała semantyczną definicję prawdy za ekspozycję absolutnego pojęcia prawdy w sensie filozoficznym, np. zarysowanym przez Kazimierza Twardowskiego. Punkt (a) uważam za fundamentalny dla rozumienia teorii Tarskiego ze współczesnego punktu widzenia. Potraktowanie arytmetyki jako punktu krytycznego w rozważaniach metamatematycznych umożliwia ukazanie głębokiego związku pomiędzy twierdzeniami Gödla o niezupełności i twierdzeniem Tarskiego o niedefiniowalności prawdy. Z grubsza rzecz biorąc, jest tak, że twierdzenie Tarskiego prowadzi do twierdzeń Gödla, ale nie odwrotnie, chyba, że pojęcie prawdy traktuje się jako intuicyjne i niezdefiniowane. Z innego punktu widzenia, metajęzyk semantyczny nie daje się wyczerpać w syntaktycznym. W szczególności, dodanie reguł infinitarnych czyni arytmetykę zupełną, ale zbiór zdań prawdziwych nadal pozostaje niedefiniowany (por. też uwagi na końcu niniejszego artykułu). Fakt ten pokazuje, że Tarskiego pojęcie morfologii języka było dość nieokreślone. Przypuszczam, że Nowaczyk nie zamierzał zająć się tą kwestią, a szkoda, ponieważ, przynajmniej moim zdaniem, lepiej

przyczynia się ona do zrozumienia teorii prawdy Tarskiego niż drobiazgowy egzegeza *Pojęcia prawdy w językach nauk dedukcyjnych*.

Mam też kilka zastrzeżeń w stosunku do tego, jak Nowaczyk rozumie Tarskiego. Zaczyna od uwagi, że Tarski wcześniej, tj. przed 1933 r., opublikował artykuł o metodologii nauk dedukcyjnych (w istocie rzeczy dwie prace na ten temat). Nowaczyk zauważa, że Tarski mógł wprowadzić pojęcie prawdy jako zdefiniowane aksjomatem „zbiór zdań prawdziwych jest systemem dedukcyjnym niesprzecznym i zupełnym”. Dalej, można by skorzystać z faktu, że niesprzecznych i zupełnych systemów dedukcyjnych jest wiele (*de facto* nieskończenie wiele) i zauważyć, że ich wspólna część stanowi konsekwencję zbioru pustego. Wbrew Nowaczykowi, nie „byłaby to bardzo ogólna teoria prawdy”, ale tylko teoria prawdy logicznej, którą zresztą Tarski rozwinął w artykułach z 1930 r., jak i pracach późniejszych, m.in. w pracy napisanej wspólnie z Adolfem Lindenbaumem w 1936 r. Notabene, własności zbioru zdań prawdziwych są mocniejsze niż zupełność i niesprzeczność<sup>1</sup>.

Nowaczyk rysuje pewien kontekst historyczny monografii Tarskiego o prawdzie. Do jej powstania miał przyczynić się fakt, że pojęcie prawdy nieformalnie pojawiało się w pracach na temat metamatematyki. Tak rzeczywiście było, ale wiadomo więcej na temat motywacji Tarskiego. Otóż *explicitie* stwierdził, że w jego drodze do zdefiniowania pojęcia prawdy istotną rolę odegrało zagadnienie definiowalności. W samej rzeczy, w 1931 r. w „*Fundamenta Mathematicae*” ukazał się artykuł Tarskiego o definiowalnych zbiorach liczb rzeczywistych i w nim użyte jest pojęcie spełniania. To tylko drobne uzupełnienie, ale ważniejsze były motywy filozoficzne. Nowaczyk zdaje się je uważać za drugorzędne. Tarski nigdy nie przedstawił dokładnie swojej heurystyki w badaniach nad pojęciem prawdy, co daje pole do różnych domysłów interpretacyjnych w tej materii. Nowaczyk cytuje uwagi Tarskiego na temat związku jego analizy z filozoficzną teorią prawdy, zawarte na początku i na końcu książki *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*. Literalne odczytanie tych fragmentów nie pozostawia żadnej wątpliwości, że Tarski kierował się także (co nie znaczy, że wyłącznie) intuicjami filozoficznymi. Zauważył, czego Nowaczyk nie odnotował, że: „W istotnej swej części praca niniejsza leży jednak na uboczu od głównego łożyska badań metodologicznych”<sup>2</sup>. Kilka zdań wcześniej Tarski powiada, że: „Formalnie rzecz biorąc, badania powyższe przeprowadzone zostały w ramach metodologii nauk dedukcyjnych”. Zaraz po pierwszym z wyżej zamieszczonych cytatów znajduje się (przytoczony przez Nowaczyka)

---

<sup>1</sup> Por. A. Grzegorzcyk, *Zarys logiki matematycznej*, PWN, Warszawa 1961.

<sup>2</sup> A. Tarski, *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*, s. 157; cytat wedle: A. Tarski, *Pisma logiczno-filozoficzne*, t. I: *Prawda*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995; odwołanie do wydania pism Tarskiego, którym posługiwał się Nowaczyk.

fragment o tym, że „konstrukcja definicji zdania prawdziwego i ugruntowanie naukowych podstaw teorii prawdy – należy do zakresu teorii poznania”. Godzi się też zauważyć, że pierwsze wystąpienia Tarskiego na temat pojęcia prawdy odbyły się na posiedzeniach Polskiego Towarzystwa Filozoficznego (Lwów) i Warszawskiego Towarzystwa Filozoficznego, a abstrakt z pierwszego odczytu ukazał się w „Ruchu Filozoficznym”. Nadto prawie wszystkie późniejsze (tj. po 1933 r.) prace Tarskiego na temat semantycznej definicji prawdy (łącznie z arcyważnym przekładem niemieckim *Pojęcia prawdy w językach nauk dedukcyjnych*) zostały ogłoszone w czasopismach filozoficznych, a kilka z nich było opartych na referatach wygłoszonych na kongresach i sympozjach filozoficznych. Wszystko to pozwala wnosić, że semantyczna koncepcja prawdy jest także konstrukcją filozoficzną, aczkolwiek opartą na silnych narzędziach logicznych. Można ją uznać, korzystając z dzisiejszej nomenklatury, za fragment tzw. filozofii logicznej, a nie tylko teorii modeli.

Nowaczyk proponuje pewną eksplikację podstawowej intuicji Tarskiego. Po pierwsze, odrzuca popularne stwierdzenie, że zdanie  $x$  jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy  $x$  znaczy, że  $p$ , i  $p$ . Trafnie zauważa, że tego rodzaju wyjaśnienie nie pozwala na należyte wyjaśnienie kontekstu „zdanie  $x$  nie jest prawdziwe”. Nowaczyk proponuje w to miejsce (notacja w niniejszym artykule jest inna niż w pracy Nowaczyka; litera  $x$  reprezentuje metajęzykową nazwę zdania  $p$  należącego do języka przedmiotowego):

(1) Jeśli zdanie  $x$  znaczy, że  $p$ , to  $x$  jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy  $p$ .

Nowaczyk zauważa, że pewne wątpliwości wiążą się z intensjonalnością funktora „znaczy, że”. To jednak jest może mniej istotne niż fakt, że (1) też nie prowadzi do zadowalającego ujęcia kwestii nieprawdziwości (fałszu), aczkolwiek na pewno jest wadą, ponieważ trudno (w tym języku) wyrazić różnicę pomiędzy „nieprawda, że zdanie  $x$  znaczy  $p$ ” i „zdanie  $x$  znaczy, że nieprawda, że  $p$ ”. Jeśli zanegujemy (1), otrzymamy:

(2) Zdanie  $x$  znaczy, że  $p$ , i nieprawda, że  $x$  jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy  $p$ .

Proste przekształcenie (2) daje alternatywę:

(3) Zdanie  $x$  znaczy, że  $p$ , i  $x$  jest prawdziwe i nie- $p$  lub zdanie  $x$  znaczy, że  $x$ , i  $p$  nie jest prawdziwe (jest fałszywe) i nie- $p$  lub  $p$  i zdanie  $x$  jest fałszywe.

Trudno jednak (3) uznać za eksplikację kontekstu „zdanie  $x$  nie jest prawdziwe (jest fałszywe)”, o ile wcześniej nie przyjmie się T-schematu, tj. formuły:

(4) Zdanie  $x$  jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy  $p$

jako regulującej podstawową intuicję dotyczącą pojęcia prawdy. Mając (4), można uznać kontekst „ $p$  i zdanie  $x$  jest fałszywe” za wewnętrznie sprzeczny i zredukować (3) do:

(5) Zdanie  $x$  znaczy, że  $p$ , i zdanie  $x$  jest fałszywe i nie- $p$

jako wyrażającego pojęcie fałszu.

Uwagi w związku z (1)–(5) wskazują, że (4) rzeczywiście odgrywa rolę fundamentalną. Należy to mieć również na uwadze przy rozważaniach nad miejscem pojęcia znaczenia w rozważaniach Tarskiego. Nowaczyk poświęca tej kwestii wiele miejsca. Wydaje się wręcz, że jej wyjaśnienie stanowi główny cel artykułu *Zrozumieć Tarskiego*. Punktem wyjścia jest wypowiedź Tarskiego stwierdzająca, że nie bierze pod uwagę języków, których wyrażenia nie mają żadnego intuicyjnego sensu (znaczenia), oraz że zagadnienie prawdy „traci rację bytu” dla takich języków. Aby mieć poręczne terminy, można tutaj operować dystynkcją języków niezinterpretowanych (dla nich zagadnienie prawdy traci rację bytu) i języków zinterpretowanych (dla nich konstrukcja definicji prawdy jest zrozumiałym problemem).

Sam Tarski, o ile mi wiadomo, nie używał kwalifikacji „zinterpretowany” i „niezinterpretowany” w odniesieniu do języków. Z drugiej strony, wiele uwagi poświęcił pojęciu języka sformalizowanego. Charakteryzował go jako taki, którego syntaktyczna (morfologiczna) struktura jest całkowicie określona, w przeciwieństwie do języka potocznego. Niemniej jednak Tarski dopuszczał możliwość niesformalizowanych języków o określonej strukturze, w których uznawanie zdań może zależeć od okoliczności pozajęzykowych<sup>3</sup>. Sugerował, że język nauk empirycznych, i być może jakieś fragmenty języka potocznego, dają się tak rozumieć. Historyczny kontekst poglądów Tarskiego na język i ich ewolucja stają się bardziej zrozumiałe, jeśli weźmie się pod uwagę tzw. intuicyjny formalizm Stanisława Leśniewskiego (w jego nomenklaturze: intuicjonistyczny formalizm, ale ten sposób mówienia może prowadzić do nieporozumień z uwagi na intuicjonizm w podstawach matematyki). Leśniewskiego filozofia języka całkowicie wykluczała języki niezinterpretowane z logiki i matematyki. Tarski *explicito* akceptował intuicyjny formalizm w swych pra-

<sup>3</sup> Por. A. Tarski, *Semantyczna teoria prawdy i podstawy semantyki*, w: tenże, *Pisma logiczno-semantyczne*, dz. cyt., s. 239–240.

cach z metamatematyki opublikowanych na przełomie lat 1920 i 1930. Fragment omówiony powyżej, a zacytowany *in extenso* przez Nowaczyka można wręcz uważać za swoisty manifest intuicyjnego formalizmu. Należy podkreślić, że takie podejście do języka nie wyklucza jego formalizacji. Wręcz przeciwnie, „sformalizowany” to tyle, co powstały w wyniku formalizacji. Nie musi więc być tak, że formalizacja powoduje pozbawienie pierwotnego sensu wyrażen, które są formalizowane lub dookreślane strukturalnie. Tarski odszedł od intuicyjnego formalizmu w swych późniejszych pracach, co oficjalnie zadeklarował w przypisie dodanym w 1956 r. do wspomnianej już rozprawy o podstawowych pojęciach metamatematyki. Stwierdził, że nie podziela już tej filozofii języka, ale nie wyjaśnił, co przyjął w zamian.

Uznanie przez Tarskiego, że semantyka dotyczy języków zinterpretowanych, zawsze uważałem za podstawową okoliczność dla zrozumienia semantycznej definicji prawdy<sup>4</sup>. W szczególności, umożliwia ona proste odparcie zarzutu, że konstrukcja Tarskiego stosuje się wyłącznie do języków formalnych (niezinterpretowanych). Prosta obserwacja, że formalizacja nie wyklucza interpretacji semantycznej, jest kluczem dla uchwycenia tego, o co chodziło Tarskiemu i co jest nadal aktualne dla ekspozycji jego koncepcji. Wszelako pozostaje kwestia: czym jest znaczenie? Wedle mojego poglądu, Tarski nigdy nie wyjaśnił tego problemu. Nie trzeba dodawać intensjonalnego operatora „znaczy, że”, aby dostrzec, że (4) nie funkcjonuje należycie bez uwzględnienia tego, jakie jest znaczenie zdania *x*. Rozważmy kanoniczny przykład:

(6) Zdanie „śnieg jest biały” jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy śnieg jest biały.

Jeśli nie bierzemy pod uwagę znaczenia zdania „śnieg jest biały”, aplikacja (4) do (6) jest pozbawiona sensu. Ignorowanie tego faktu prowadzi do zadawania dziwaczkich pytań w rodzaju „Co wtedy, jeśli zdanie «śnieg jest biały» znaczy, że trawa jest zielona?”. Prosta odpowiedź jest taka: „Nic, gdyż wtedy korzystamy z takiej – wolno ją nazwać niestandardową – interpretacji języka, przy której zdanie «Śnieg jest biały» znaczy, że trawa jest zielona”.

A oto bardziej skomplikowany przykład i zarazem bardziej sugestywny. Zakładając niesprzeczność arytmetyki, zdanie „Arytmetyka jest niesprzeczna” jest, na mocy II twierdzenia Gödla, niezależne od aksjomatów Peana. Jeśli tak, to zdanie „Arytmetyka jest sprzeczna” jest także niezależne od tej aksjomatyki. W konsekwencji, jeśli dodamy do arytmetyki zdanie „Arytmetyka jest sprzeczna”, otrzymamy teorię niesprzeczną. Jako taka, ma ona model, w któ-

---

<sup>4</sup> Por. J. Woleński, *Epistemologia. Poznanie, prawda, wiedza, realizm*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.

rzym jej twierdzenia są prawdziwe. Jak jednak rozumieć prawdziwość orzeczenia, że arytmetyka jest sprzeczna, o ile zakłada się, że jest ona niesprzeczna? Odpowiedź polega na wskazaniu, że zdanie „Arytmetyka jest sprzeczna” jest prawdziwe w tzw. modelu niestandardowym. Znaczy to tyle, że zdanie to ma inne znaczenie niż wtedy, gdy uznajemy je za prawdziwe w modelu standardowym. Uprzedzając dalsze rozważania, można zastąpić termin „znaczenie” przez „interpretacja”. W konsekwencji, zdanie „Arytmetyka jest niesprzeczna” jest prawdziwe przy interpretacji standardowej (w modelu standardowym), a jego negacja, tj. zdanie „Arytmetyka jest sprzeczna”, jest fałszem w tych okolicznościach. Jeśli przyjmujemy interpretację niestandardową, drugie jest prawdą, natomiast pierwsze fałszem. Istotny jest tutaj fakt, że standardowa arytmetyka jest  $\omega$ -niesprzeczna, o ile jest niesprzeczna, natomiast arytmetyka niestandardowa jest, przy założeniu konsystencji standardowej, niesprzeczna i  $\omega$ -sprzeczna.

Wracając do Nowaczyka, uważa on, że Tarski posługiwał się od początku jasnym pojęciem znaczenia. Jeden z głównych argumentów odwołuje się do wyводу Andrzeja Grzegorzcyka o równoważności spełniania i przekładu. Oczywiście jest tak, że przekład można tak zdefiniować, iż będzie on równoważny spełnianiu. Wyjaśnia to następujący przykład. Rozważamy zdanie języka przedmiotowego „śnieg jest biały”. Przekładamy je na zdanie metajęzyka „śnieg należy do zbioru przedmiotów białych”. W rezultacie zdanie „śnieg spełnia wyrażenie « $x$  jest biały»” jest równoważne stwierdzeniu „śnieg należy do zbioru przedmiotów białych”. Nawet ten bardzo prosty przykład ilustruje rolę teorii mnogości jako metajęzyka (lub jego fragmentu) w konstrukcji definicji prawdy. Nowaczyk to oczywiście dostrzega i podaje cały szereg argumentów za tym, że przekład zdań języka przedmiotowego na mniej lub bardziej nieformalny metajęzyk transmituje znaczenie od drugiego do pierwszego. Tak jest zarówno w przypadku rozważania hierarchii Tarskiego, w której każdy następny język jest metajęzykiem dla poprzedniego, jak i w przypadku przedstawiania na języku elementarnym i słabej arytmetyki II rzędu. Zawsze dociera się do jakiegoś języka nieformalnego, a fakt, że (przynajmniej w ramach semantyki jako teorii modeli) jest to język nieformalnej arytmetyki, nie ma tutaj większego znaczenia. Mówiąc językiem filozoficznym, konstytucja znaczenia jest zawsze rezultatem interakcji języka i metajęzyka.

Czy konstrukcja *à la* Grzegorzcyk wyjaśnia, co Tarski rozumiał przez pojęcie znaczenia w 1933 r.? Mam wątpliwości, czy twierdząca odpowiedź na to pytanie jest zasadna. Nie chodzi o to, że pomawiam Tarskiego o niejasną koncepcję znaczenia, ale o to, że nie uważam jego semajologicznego objaśnienia (w 1933 r.; nie dyskutuję późniejszych prac Tarskiego) za kompletne. Sens (znaczenie) w pierwotnej koncepcji Tarskiego odgrywał istotną rolę, co jest podkreślone przez wymaganie, aby zdania języka przedmiotowego były

przekładane na metajęzyk. Tarski wprawdzie nie określił pojęcia przekładu, ale wiele wskazuje na to, że rozumiał tę operację jako zasadzającą się na równoznaczności *translatandum* (tego, co przekładane) i *translatans* (tego, co jest rezultatem przekładu). Tymczasem przekład w rozumieniu Grzegorzczyka opiera się tożsamości odniesienia *modulo* interpretacja języka. Ta ostatnia może być rozumiana silniej lub słabiej, tj. albo jako ustalenie znaczenia, albo jako ustalenie odniesienia na podstawie takich lub innych intuicji, np. potocznego (w rozumieniu Gilberta Ryle'a), tj. typowego użycia wyrażen, w przeciwieństwie do niestandardowego. Relatywizacja do interpretacji obecna u Grzegorzczyka całkowicie wystarcza dla dowodu podstawowych twierdzeń w ramach semantycznej teorii prawdy, np. tego, że spełniony jest warunek merytorycznej trafności, tj. definicja prawdy pociąga wszystkie T-równoważności. Trzeba jednak zauważyć, że fragment z *Pojęcia prawdy w językach nauk dedukcyjnych* odrzucający języki niezinterpretowane nie pojawia się w związku z jakimś problemem szczególnym, ale stanowi kamień węgielny całej konstrukcji. Nowaczyk upraszcza sobie sprawę, gdy rozważa problem w odniesieniu do szczególnego przypadku.

Wydaje mi się (wypowiadam się ostrożnie z uwagi na wcześniej wspomniany brak wystarczających wyjaśnień w *Pojęciu prawdy w językach nauk dedukcyjnych*), że Tarski w 1933 r., zapewne pod wpływem Leśniewskiego, miał na myśli znaczenie jako podstawową kategorię semantyczną czy też semiotyczną. Zakładał, że wyrażenia mają znaczenie, ale nie wyjaśnił, czym ono jest. To było, jak sądzę, motywem dla Marii Kokoszyńskiej, gdy postulowała, aby pojęcie prawdy relatywizować nie tylko do języka, ale do znaczenia. Nowaczyk wspominał o debacie Kokoszyńska-Tarski, ale uwagę pierwszej rozumie *à la* Grzegorzczyk. Wedle mojego przypuszczenia, sprawa ciągle dotyczyła pojęcia znaczenia. Tarski musiał dostrzegać coś niepokojącego w swojej pierwotnej koncepcji, skoro od niej odszedł. We wszystkich swoich późniejszych pracach semantycznych przyjmował, że język przedmiotowy oczyszczony z wyrażen semantycznie samozwrotnych staje się częścią metajęzyka bez potrzeby przekładania pierwszego na drugi. Dopuszczał możliwość przekładu, ale wyraźnie zaznaczał, że nie będzie z niej korzystał. Przyjmował, że można zdefiniować równoznaczność wyrażen w szczególnych przypadkach, ale nie w całej ogólności. Wygląda na to, że wzrastał jego sceptycyzm wobec zadowalającego wyjaśnienia pojęcia znaczenia. Może przyczyniły się do tego jego własne przemyślenia, może dyskusje z Kazimierzem Ajdukiewiczem, może fiasko kolejnych prób przedsięwziętych w Kole Wiedeńskim, a może jeszcze coś innego. Brak ogólnego wyjaśnienia pojęcia znaczenia niekoniecznie musi prowadzić do jakichś kłopotów, ponieważ semantyczna definicja prawdy pozostaje w mocy przy jakimkolwiek pojmowaniu znaczenia, np. jako użycia wyrażen, ich rozumienia czy też platońsko pojmowanej myśli (jak u Fregego).



To, co pozostaje problemem, zdaje się polegać na kryteriach odróżniających interpretacje standardowe od niestandardowych. Tak czy inaczej, *pace* Tarski, trzeba odwołać się do faktu, że intuicja (kompetencja językowa?) dyktuje nam to, że język jest rozumiany w sposób ekumeniczny, a jeśli proponujemy odstępstwa, nie ma innej drogi niż odwołanie się do standardu. Powtórzę raz jeszcze to, co kiedyś już zauważyłem<sup>5</sup>, mianowicie, że trudno Tarskiemu czynić zarzut z powodu niepodania zadowalającej definicji znaczenia, skoro wykonanie tego zadania nikomu się nie powiodło.

Jeśli rozważymy ekspozycję semantycznej definicji prawdy przy użyciu metody arytmetyzacji, sytuacja jest następująca. Metoda ta umożliwia przekład nie tyle języka na metajęzyk, ale odwrotnie, tj. zdań metajęzyka na formuły arytmetyczne, tj. należące do języka przedmiotowego. Numeracja Gödla zapewnia jednoznaczne odkodowanie informacji metamatematycznej, w szczególności dotyczącej dowodliwości i prawdziwości. Oczywiście, korzysta się tutaj ze stosownych definicji dowodu i prawdy (Gödel rozumiał prawdziwość intuicyjnie, Tarski ściśle zdefiniował to pojęcie), a także ze standardowych (w sensie interpretacyjnym) konstrukcji arytmetycznych. Także tutaj pojawia się już wspomniana interakcja języka i metajęzyka (nawet na szczeblu meta-metajęzyka; Nowaczyk na to wskazuje w innym kontekście). Diagonalizacja i lemat przekątniowy (lemat o punkcie stałym) umożliwiają ustalenie następujących faktów: (a) zbiór numerów gödlewskich zdań dowodliwych w arytmetyce nie jest rekurencyjny, aczkolwiek rekurencyjnie przeliczalny (wersja I twierdzenia Gödla o zupełności); (b) zbiór numerów gödlewskich zdań dowodliwych w arytmetyce jest częścią właściwą zbioru zdań prawdziwych w arytmetyce (wersja twierdzenia Tarskiego o niedefiniowalności prawdy); (c) pojęcie prawdy nie mieści się na żadnym pięttrze hierarchii arytmetycznej Kleene'ego-Mostowskiego (jeszcze inna, może najgłębsza ideowo wersja twierdzenia o niedefiniowalności prawdy). Ten obraz można rozszerzyć na dowolną teorię, której metateoria jest arytmetyzowalna, czyli na całą matematykę. Wersja tradycyjna, np. z książki Tarskiego z 1933 r. lub ze wspomnianego podręcznika Grzegorzcyka, jest potrzebna, gdy semantyczna definicja prawdy jest stosowana do dowolnej dziedziny lub w przypadku wyjaśniania semantycznej definicji prawdy w taki oto sposób: (a) przyjmij, że językiem przedmiotowym jest angielski, natomiast metajęzykiem polski; (b) rozważ zdanie „snow is white”; (c) możesz przyjąć, że zdanie „snow is white” jest prawdziwe w języku angielskim wtedy i tylko wtedy, gdy śnieg jest biały. Kroki (a)–(c) przedstawiają mechanizm interakcji języka i metajęzyka w prościutkim kazusie definicji prawdy dla fragmentu języka potocznego. Jasne, że wyjaśniamy sens zdania „snow is white” przez jego przekład na język polski, ale zakłada to

---

<sup>5</sup> J. Woleński, *Epistemologia*, dz. cyt., s. 277 (Nowaczyk omawia ten passus).

przyjęcie kompetencji językowej w zakresie obranej pary: język – metajęzyk. Można pokazać, że lemat przekątniowy formalizuje merytoryczny warunek poprawności semantycznej definicji prawdy i umożliwia produkcję antynomii kłamcy, wskazującej, że zbiór zdań prawdziwych danego języka **J** nie jest w nim definiowalny. Tak więc poziom arytmetyzacji i poziom wyjaśnienia intuicyjnego ujawniają te same najbardziej podstawowe rysy semantycznej definicji prawdy, ważne dla jej rozumienia. Po drodze, tj. od ukazania się książki Tarskiego w 1933 r. do czasów obecnych, pojawiło się sporo problemów interpretacyjnych i artykuł Nowaczyka niejedno rozjaśnia w tym względzie. Niemniej jednak sądzę, że pierwotna postać semantycznej teorii prawdy ma już tylko walor historyczny,