

MICHAŁ KONOPCZYŃSKI

STABILNOŚĆ MAŁYCH GOSPODAREK WCHODZĄCYCH DO UNII MONETARNEJ W ŚWIETLE PEWNEGO MODELU BEHAVIORALNEGO

1. WPROWADZENIE

Wspólna waluta i związana z tym większa przejrzystość cen owocuje wzrostem konkurencji w skali całej Europy, co prowadzi do stopniowej (choć powolnej) niwelacji różnic w poziomach cen między poszczególnymi krajami Unii Gospodarczej i Walutowej (UGW). Zjawisko to zostało udokumentowane w wielu pracach empirycznych, i to nawet w okresie kiedy unia monetarna w Europie była dopiero w fazie planów. Na przykład Sosvilla-Rivero i Gil-Pareja (2002) wykazali systematyczną konwergencję poziomów cen towarów podlegających wymianie (ang. *tradables*) w latach 1975–1995. W pracach Rogers, Hufbauer i Wada (2001) oraz EBC (2005) wykazano, że zróżnicowanie cen spadło w UE do poziomu typowego dla Stanów Zjednoczonych. Wnioski z nowszych publikacji są nieco bardziej niejednoznaczne. Na przykład Parsley i Wei (2008) twierdzą, że wspólna waluta nie pomogła zredukować różnic w poziomach cen w poszczególnych krajach strefy euro. Podobnie sceptyczna jest Wolszczak (2010).

W pracy Konopczyński (2006) proces konwergencji cen ujęliśmy w formie modelu behawioralnego, opartego na matematycznym opisie reakcji podmiotów gospodarczych na nierównowagę. Celem tego artykułu jest uogólnienie owego modelu poprzez wprowadzenie opisu dynamiki zapasów (na wzór przedstawionego w pracy Konopczyński, 2009), a także opisu konwergencji stóp procentowych na obszarze UGW. Ponieważ konwergencja cen jest procesem długotrwałym, prezentowany model należy traktować jako średniookresowy (o horyzoncie czasu rzędu kilkunastu lat)¹.

W pracach teoretycznych dotyczących UGW z reguły zakłada się jednakowy poziom stóp procentowych na obszarze całej unii – zob. np. Temperton (2001), Pentecost, van Poeck (2001), Wyplosz (2006), Carlberg (2007), de Grauwe (2007). Założenie to wynika z braku ryzyka kursowego oraz braku ograniczeń w przepływach kapitału. W odniesieniu do Europejskiej Unii Monetarnej to założenie w zasadzie

¹ Nie chcemy używać określenia „modele długookresowe”, ponieważ abstrahujemy tutaj od procesów akumulacji wielkości istotnie wpływających na wzrost gospodarczy w długim okresie, np. kapitału produkcyjnego czy kapitału ludzkiego, długu publicznego.

było zgodne z rzeczywistością, aż do momentu wybuchu tzw. kryzysu zadłużenia w strefie euro, który pokazał, że ryzyko niewypłacalności ma bardzo istotne znaczenie dla poziomu stóp procentowych. Gdy kryzys dobiegnie końca, różnice w poziomach stóp procentowych prawdopodobnie znów zanikną.

Z tych względów ważną częścią przedstawionego modelu jest matematyczny opis konwergencji stóp procentowych. W opisie tym dopuszczamy taką sytuację, w której w pewnym momencie poziom stóp procentowych w kraju istotnie odbiega od poziomu w pozostałych państwach UGW, ale z czasem mechanizm rynkowy (przepływy pieniądza) niweluje tę różnicę. Sądzymy, że opis ten odpowiada obecnej sytuacji strefy euro, w której w wielu niewielkich (w sensie gospodarczym) państwach stopy procentowe pozostają bardzo wysokie w porównaniu do krajów tzw. twardego jądra. Przedstawiony model ma też drugą interpretację. Może on opisywać proces konwergencji uruchamiany z chwilą wejścia do unii monetarnej nowego kraju, w którym początkowo stopy procentowe odbiegają od średniej dla całej UGW.

Struktura artykułu jest następująca. W punkcie 1 przedstawiamy konstrukcję modelu wraz ze wszystkimi założeniami. Następnie definiujemy stan równowagi i badamy warunki konieczne i wystarczające (lokalnej asymptotycznej) stabilności. Mają one postać dość skomplikowanych ograniczeń na parametry behawioralne modelu. W celu zilustrowania tych wniosków, w punkcie 4 przedstawiamy symulacje numeryczne, a w punkcie 5 przyglądamy się dokładniej parametrom mającym istotne znaczenie dla stabilności gospodarki. Na koniec przedstawiamy dynamiczną analizę procesu przejścia pomiędzy dwoma stanami równowagi, wywołanego przez rozluźnienie polityki fiskalnej.

2. KONSTRUKCJA MODELU

Model przedstawiony w artykule Konopczyńskiego (2006) rozbudujemy dodając do niego dwa równania. Pierwsze opisuje kształtowanie się cen w kraju w odpowiedzi na nadmierny lub zbyt niski stan zapasów, a drugie odzwierciedla przepływy pieniądza wywołane zróżnicowanym poziomem stóp procentowych.

Założmy, że istnieje pewien normatywny wskaźnik zapasów w gospodarce, określony przez egzogeniczny parametr \tilde{z} , zdefiniowany jako optymalny stosunek zapasów Z do produkcji Y . Zmienna Z obejmuje zapasy produktów gotowych oraz półprodukty i materiały do produkcji. Utrzymywanie rezerw materiałów i półproduktów wiąże się z technologią – proces produkcji jest rozłożony w czasie. Natomiast zapasy produktów gotowych (do sprzedaży) są utrzymywane z dwóch, co najmniej, powodów. Pierwszy to chęć uniknięcia sytuacji, w której w razie nieoczekiwanego wzrostu popytu firma musiałaby odmówić klientom dostawy towarów z powodu ich braku w magazynach. Drugi, to przyczyny ekonomiczne związane z minimalizacją kosztu produkcji². Jeżeli

² Więcej na ten temat w Sachs, Larrain (1993, str. 131–133). Fundament pod współczesne teorie zapasów położyła pionierska praca Holt et.al. (1960).

w pewnym momencie zapasy w kraju są nadmierne ($Z > \tilde{z}Y$), to firmy redukują ceny, i odwrotnie. Zależność tę zapiszemy w formie równania behawioralnego³:

$$\dot{P} = \varepsilon_1 \cdot \left(\tilde{z} - \frac{Z}{Y} \right) \cdot P, \quad (1)$$

przy czym parametr reakcji $\varepsilon_1 > 0$.

Oczywiście zmiana stanu zapasów jest równa różnicy między zagregowanym popytem na produkty krajowe, a wielkością produkcji, co zapisujemy w formie równania definicyjnego:

$$\dot{Z} = Y - [A^P(Y, T, r) + G + H], \quad (2)$$

gdzie T i G – przychody i wydatki budżetu państwa (zmiennie egzogeniczne); A^P – absorpcja sektora prywatnego (suma konsumpcji i inwestycji tego sektora); r – realna stopa procentowa w kraju; H – saldo bilansu handlowego.

Jeżeli nominalna stopa procentowa w kraju (R) przewyższa średnią stopę unijną (R^*), to następuje napływ pieniądza do kraju:

$$\dot{M}^S = \varepsilon_2 (R - R^*) \cdot M^S. \quad (3)$$

Parametr $\varepsilon_2 > 0$ jest wskaźnikiem mobilności kapitału finansowego w unii. W uproszczeniu proces ten można sobie wyobrażać następująco. Jeśli $R > R^*$, to podmioty krajowe chętnie zaciągają kredyty w bankach zagranicznych (w innych krajach strefy euro), a oszczędności – zarówno krajowe jak i zagraniczne – są lokowane w bankach krajowych. W rezultacie stopniowo rośnie ilość pieniądza w kraju (podaż pieniądza M^S). Parametr $\varepsilon_2 > 0$ odzwierciedla tempo tego procesu i oczywiście w poszczególnych krajach może być różny nawet ze względów kulturowych czy językowych, nie mówiąc o różnicach w rozwoju systemu finansowego.

Zakładamy ponadto, że rynek pieniądza w kraju funkcjonuje doskonale sprawnie, dzięki czemu realny popyt na pieniądz $L(Y, R)$ jest w każdym momencie równy jego realnej podaży M^S/P . Korzystając z twierdzenia o funkcji uwikłanej możemy wówczas zdefiniować funkcję:

$$R = R(Y, M^S, P), \text{ gdzie: } R_Y > 0, R_{M^S} < 0, R_P > 0. \quad (4)$$

Podobnie można wyobrażać sobie proces konwergencji cen. Jeżeli ceny w kraju są niższe niż za granicą, to bilans handlowy ulega poprawie, i odwrotnie. W uproszczeniu, jeżeli $P < P^*$, to (średnio rzecz biorąc) opłaca się eksportować towary za granicę, a nie opłaca się ich importować. Pomijając takie „drobiazgi”, jak towary nie

³ Kropką nad symbolem zmiennej oznaczamy pochodną względem czasu, np. $\dot{Z} = dZ(t) / dt$.

podlegające wymianie (np. nieruchomości czy niektóre usługi) oraz koszty transportu, założenie to można sformalizować w postaci równania różniczkowego:

$$\dot{H} = \varepsilon_1 [1 - P/P^*]. \quad (5)$$

Parametr $\varepsilon_1 > 0$ odzwierciedla tempo zmian bilansu handlowego, wywołanych rozbieżnością cen w kraju i za granicą. Wartość tego parametru jest tym wyższa, im sprawniej funkcjonuje konkurencja, im większa jest swoboda przepływu towarów i usług na obszarze UGW, im niższe są koszty transportu itp.

Wprowadźmy funkcję zagregowanej podaży $S(P)$, która opisuje optymalną (maksymalizującą zysk) wielkość produkcji w zależności od poziomu cen P , przy egzogenicznie danym zasobie kapitału i stawkach płac. Jest to standardowa w makroekonomii konstrukcja, której opis znaleźć można na przykład w podręczniku Romer (1996), str. 214–222. Proces dostosowania produkcji do poziomu optymalnego może wymagać czasu – trzeba zatrudnić i przeszkolić ludzi, zwiększyć moce produkcyjne itp. Załóżmy zatem, że jeśli w pewnym momencie produkcja odbiega od poziomu optymalnego, wówczas firmy korygują wielkość produkcji o określoną część (proporcję) odchylenia od optimum. Reakcję firm wyraża równanie:

$$\dot{Y} = \varepsilon_3 [S(P) - Y], \text{ gdzie } \varepsilon_3 > 0. \quad (6)$$

Gwoli wyjaśnienia, w makroekonomii na ogół przyjmuje się założenie o tzw. neutralności pieniądza, zgodnie z którym inflacja nie wpływa na poziom produkcji. Tymczasem funkcja zagregowanej podaży w równaniu (6) wyraża dodatnią zależność między produkcją w kraju a poziomem cen. Nie chodzi tu jednak o inflację wywołaną przez nieoczekiwany wzrost podaży pieniądza, lecz o zjawisko konwergencji cen w unii monetarnej. Poziom cen P zmienia się w naszym modelu niekoniecznie w bezpośrednim związku z podażą pieniądza. Na przykład, jeśli $P < P^*$, to stopniowy wzrost cen w kraju jest wywołany przez nadwyżkę popytu ze strony innych państw UGW. W odpowiedzi na nierównowagę rynkową na rynku krajowym, przejawiającą się malejącymi zapasami, producenci zwiększają produkcję zgodnie z równaniem (6) oraz podnoszą ceny zgodnie z równaniem (1).

Reasumując, model ma postać układu pięciu równań różniczkowych:

$$\begin{cases} \dot{H} = \varepsilon_4 [1 - P/P^*], \\ \dot{Z} = Y - [A^P(Y, T, r) + G + H], \\ \dot{P} = \varepsilon_1 \cdot \left(\tilde{z} - \frac{Z}{Y} \right) \cdot P, \\ \dot{M}^S = \varepsilon_2 (R - R^*) \cdot M^S, \\ \dot{Y} = \varepsilon_3 [S(P) - Y], \end{cases} \quad (7)$$

gdzie $r = R - \dot{P}/P$, natomiast $R = R(Y, M^S, P)$. Wszystkie parametry reakcji ε_i ($i = 1, \dots, 4$) są z założenia dodatnie. Ponadto przyjmujemy, że wielkości egzogeniczne T, G, P^*, R^* , a także parametr \tilde{z} są stałe w czasie. Obowiązują standardowe założenia o znakach i wielkościach pochodnych poszczególnych funkcji – por. Konopczyński (2006):

$$A_Y \in (0, 1], A_T < 0, A_r < 0, S_P > 0, R_Y > 0, R_M < 0, R_P > 0. \quad (8)$$

3. STAN RÓWNOWAGI I JEGO STABILNOŚĆ

Stan równowagi (stan stacjonarny) stanowi takie rozwiązanie $(\bar{H}, \bar{Z}, \bar{P}, \bar{M}^S, \bar{Y})$ układu (7), które jest stałe w czasie. Gospodarka znajduje się w tym stanie wówczas, gdy prawa strona każdego z pięciu równań modelu jest równa zero, a zatem w stanie równowagi:

- 1) poziom cen w kraju jest taki sam jak w pozostałych krajach unii monetarnej: $\bar{P} = P^*$,
- 2) popyt na towary krajowe jest równy ich produkcji: $A^P(\bar{Y}, T, \bar{r}) + G + \bar{H} = \bar{Y}$,
- 3) zapasy są na poziomie normatywnym (optymalnym dla producentów): $\bar{Z} = \tilde{z}\bar{Y}$,
- 4) nominalna stopa procentowa w kraju jest równa średniej unijnej: $\bar{R} = R^*$,
- 5) producenci maksymalizują zysk: $\bar{Y} = S(\bar{P})$.

Zajmijmy się teraz kwestią stabilności stanu stacjonarnego. Ze względu na nieliniowość układu równań (7), (bez dodatkowych założeń) matematycznie badać możemy jedynie lokalną asymptotyczną stabilność stanu równowagi. Linearyzując układ (7) poprzez rozwinięcie funkcji nieliniowych w szeregi Taylora w otoczeniu stanu stacjonarnego, otrzymujemy liniowy układ równań różniczkowych, opisujący przybliżoną dynamikę gospodarki w pobliżu stanu równowagi. Układ ten ma postać:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathcal{H}} \\ \dot{\mathcal{Z}} \\ \dot{\mathcal{P}} \\ \dot{\mathcal{M}} \\ \dot{\mathcal{Y}} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \mathcal{H} \\ \mathcal{Z} \\ \mathcal{P} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{Y} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

gdzie $\mathcal{H} = H - \bar{H}$, $\mathcal{Z} = Z - \bar{Z}$, $\mathcal{P} = P - \bar{P}$, $\mathcal{M} = M^S - \bar{M}^S$, $\mathcal{Y} = Y - \bar{Y}$. Macierz A jest iloczynem macierzy postaci $A = DB$, gdzie:

$$D = \begin{bmatrix} \varepsilon_4/P^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 \bar{P}/\bar{Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon_2 \bar{M}^S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -\varepsilon_1 A_{\bar{r}}/\bar{Y} & -A_{\bar{r}}R_{\bar{P}} & -A_{\bar{r}}R_{\bar{M}} & 1 - A_{\bar{Y}} - A_{\bar{r}}(R_{\bar{Y}} - \varepsilon_1 \tilde{z}/\bar{Y}) \\ 0 & -1 & 0 & 0 & \tilde{z} \\ 0 & 0 & R_{\bar{P}} & R_{\bar{M}} & R_{\bar{Y}} \\ 0 & 0 & S_{\bar{P}} & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Bez dodatkowych założeń, zbadanie stabilności stanu stacjonarnego (ze względu na liczbę równań modelu) jest skomplikowane. Dlatego na początek sprawdzimy, czy spełnione są warunki konieczne stabilności, jakimi są⁴:

- 1) $\text{tr}A < 0$ (jako, że ślad macierzy jest równy sumie pierwiastków charakterystycznych),
- 2) $\det A < 0$ (co wynika z twierdzenia, że jeżeli pierwiastki charakterystyczne macierzy A są ujemne, to wyznacznik tej macierzy ma znak $(-1)^n$, gdzie n to wymiar macierzy A).

Jak łatwo obliczyć,

$$\text{tr}A = -\varepsilon_1 A_{\bar{r}}/\bar{Y} + \varepsilon_2 \bar{M}^S R_{\bar{M}} - \varepsilon_3.$$

Zauważmy, że przy standardowych założeniach (8) pierwszy składnik tej sumy jest dodatni, a dwa kolejne są ujemne. Zatem $\text{tr}A < 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy parametr ε_1 jest dostatecznie mały i/lub parametry ε_2 oraz ε_3 są dostatecznie duże. Z tego wynika, że warunkiem koniecznym, aby stan równowagi był stabilny jest:

- dostatecznie słaba reakcja cen na niepożądane zmiany zapasów i/lub,
- odpowiednio wysoka mobilność pieniądza w unii monetarnej i/lub,
- odpowiednio wysoka prędkość reakcji przedsiębiorstw na nieoptymalny poziom produkcji.

⁴ Zob. Gandolfo (1997, str. 254).

Drugi konieczny warunek stabilności ($\det A < 0$) przy przyjętych założeniach jest spełniony. Jak wiadomo, $\det A = \det D \cdot \det B$, a ponieważ przy założeniach (8) $\det D > 0$, zatem $\det A < 0 \Leftrightarrow \det B < 0$). Nietrudno obliczyć, że $\det B = R_{\overline{M}} < 0$, zatem $\det A < 0$.

Powyższa analiza warunków koniecznych stabilności nie daje jeszcze satysfakcjonującego obrazu stabilności stanu równowagi. Pełniejszych wniosków dostarczyć może dopiero pełna analiza warunków koniecznych i dostatecznych stabilności, którą można przeprowadzić korzystając z warunków Routh-Hurwitz oraz (alternatywnych) warunków Liénarda-Chiparta⁵. Jak wiadomo, stan równowagi jest stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie pierwiastki charakterystyczne wielomianu charakterystycznego macierzy $A_{n \times n}$ mają ujemne części rzeczywiste. Wielomian charakterystyczny macierzy A ma postać: $\det(A - \lambda I)$, gdzie I to macierz jednostkowa n -tego stopnia. Natomiast równanie charakterystyczne powstaje przez przyrównanie wielomianu charakterystycznego do zera. Równanie to można zapisać w postaci:

$$W(\lambda) = w_0 \lambda^n + w_1 \lambda^{n-1} + \dots + w_{n-1} \lambda + w_n = 0, \quad (12)$$

przy czym zakładamy, że $w_0 > 0$.⁶ Zdefiniujmy następujące wyznaczniki:

$$R_1 = w_1, \quad R_2 = \begin{vmatrix} w_1 & w_0 \\ w_3 & w_2 \end{vmatrix}, \quad R_3 = \begin{vmatrix} w_1 & w_0 & 0 \\ w_3 & w_2 & w_1 \\ w_5 & w_4 & w_3 \end{vmatrix}, \quad R_4 = \begin{vmatrix} w_1 & w_0 & 0 & 0 \\ w_3 & w_2 & w_1 & w_0 \\ w_5 & w_4 & w_3 & w_2 \\ w_7 & w_6 & w_5 & w_4 \end{vmatrix}, \dots,$$

przy czym wszystkie te elementy w_i , dla których $i > n$ są równe zero.

Warunki konieczne i dostateczne stabilności (Routh-Hurwitz): Wszystkie pierwiastki równania charakterystycznego (12) mają ujemne części rzeczywiste wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$R_i > 0, \text{ dla każdego } i = 1, \dots, n. \quad (13)$$

Alternatywne warunki Liénarda-Chiparta: Wszystkie pierwiastki równania charakterystycznego (12) mają ujemne części rzeczywiste wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony jest jeden z warunków⁷:

⁵ Zob. Gandolfo (1980, str. 248–251) lub Brock, Malliaris (1996, str. 75–77).

⁶ Gdyby w_0 nie było dodatnie, to mnożymy równanie obustronnie przez (-1) .

⁷ Zob. Gandolfo (1980, str. 251).

$$(a) w_n > 0, w_{n-2} > 0, \dots; R_1 > 0, R_3 > 0, \dots, \quad (14a)$$

$$(b) w_n > 0, w_{n-2} > 0, \dots; R_2 > 0, R_4 > 0, \dots, \quad (14b)$$

$$(c) w_n > 0, w_{n-1} > 0, w_{n-3} > 0, \dots; R_1 > 0, R_3 > 0, \dots, \quad (14c)$$

$$(d) w_n > 0, w_{n-1} > 0, w_{n-3} > 0, \dots; R_2 > 0, R_4 > 0, \dots. \quad (14d)$$

Jak wynika z (14), w przypadku, gdy $n = 5$, stan stacjonarny jest lokalnie asymptotycznie stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony jest jeden z czterech (alternatywnych) układów nierówności:

$$(a) w_5 > 0, w_3 > 0, w_1 > 0; R_1 > 0, R_3 > 0, R_5 > 0, \quad (15a)$$

$$(b) w_5 > 0, w_3 > 0, w_1 > 0; R_2 > 0, R_4 > 0, \quad (15b)$$

$$(c) w_5 > 0, w_4 > 0, w_2 > 0, w_0 > 0; R_1 > 0, R_3 > 0, R_5 > 0, \quad (15c)$$

$$(d) w_5 > 0, w_4 > 0, w_2 > 0, w_0 > 0; R_2 > 0, R_4 > 0. \quad (15d)$$

Wyznaczając współczynniki wielomianu charakterystycznego

$$W(\lambda) = w_0 \lambda^5 + w_1 \lambda^4 + \dots + w_4 \lambda + w_5 = 0, \quad (16)$$

dostajemy m.in.: $w_5 = (-1/\bar{Y})\bar{M}^S R_{\bar{M}^S} \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4$. Wyrażenie to jest dodatnie (przy standardowych założeniach), a więc warunek $w_5 > 0$ jest spełniony. Zauważmy, że $R_5 = w_5 R_4$, co wynika bezpośrednio z postaci tych wyznaczników:

$$R_4 = \begin{vmatrix} w_1 & w_0 & 0 & 0 \\ w_3 & w_2 & w_1 & w_0 \\ w_5 & w_4 & w_3 & w_2 \\ w_7 & w_6 & w_5 & w_4 \end{vmatrix}, \quad \text{zaś} \quad R_5 = \begin{vmatrix} w_1 & w_0 & 0 & 0 & 0 \\ w_3 & w_2 & w_1 & w_0 & 0 \\ w_5 & w_4 & w_3 & w_2 & w_1 \\ 0 & 0 & w_5 & w_4 & w_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & w_5 \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Z powyższego oraz z faktu, że $w_5 > 0$ wynika, że $R_5 > 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $R_4 > 0$. Zatem w układach nierówności (15) wyznacznik R_5 możemy zastąpić (mniej skomplikowanym) wyznacznikiem R_4 . Zauważmy też, że $w_0 = 1$, a więc warunek $w_0 > 0$ również jest spełniony. Ponadto, obliczając w_0 dostajemy następujące wyrażenie:

$$w_4 = \frac{\varepsilon_1}{\bar{Y}} \cdot \left\{ \varepsilon_2 \bar{M}^S R_{\bar{M}^S} \left[-\bar{P}(1 - A_{\bar{Y}}) S_{\bar{P}} \varepsilon_3 - \varepsilon_4 \right] + \varepsilon_3 \varepsilon_4 \right\}.$$

Łatwo sprawdzić, że przy standardowych założeniach $w_4 > 0$, a więc i ten warunek jest spełniony. Z powyższych uwag wynika, że warunki konieczne i dostateczne stabilności (15) są spełnione, gdy spełniony jest jeden z poniższych układów nierówności:

$$(a) w_3 > 0; w_1 > 0; R_1 > 0; R_3 > 0, R_4 > 0, \quad (18a)$$

$$(b) w_3 > 0; w_1 > 0; R_2 > 0, R_4 > 0, \quad (18b)$$

$$(c) w_2 > 0; R_1 > 0; R_3 > 0, R_4 > 0, \quad (18c)$$

$$(d) w_2 > 0; R_2 > 0, R_4 > 0. \quad (18d)$$

Po głębszej analizie okazuje się, że wszystkie powyższe układy nierówności są bardzo złożone. Względnie najprostszy jest układ (18d), który w związku z tym podamy analizie. Rozpatrzmy zatem po kolei trzy nierówności (18d). Po obliczeniach otrzymujemy

$$w_2 = -\bar{M}^S R_{\bar{M}^S} \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_1 \left[-A_{\bar{r}} (\bar{P} R_{\bar{P}} + \bar{M}^S R_{\bar{M}^S} \varepsilon_2) / \bar{Y} + (A_{\bar{r}} - \bar{P} \tilde{z} S_{\bar{P}}) \varepsilon_3 / \bar{Y} \right].$$

Zatem $w_2 > 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2 \varepsilon_3} \cdot \left[\underbrace{-A_{\bar{r}} (\bar{P} R_{\bar{P}} + \bar{M}^S R_{\bar{M}^S} \varepsilon_2) / \bar{Y}}_{?} + \underbrace{(A_{\bar{r}} - \bar{P} \tilde{z} S_{\bar{P}}) \varepsilon_3 / \bar{Y}}_{-} \right] > \underbrace{\bar{M}^S R_{\bar{M}^S}}_{-}. \quad (19)$$

We wzorze tym zaznaczone zostały znaki poszczególnych wyrażeń (przy standardowych założeniach). Wyrażenie w nawiasie kwadratowym jest dodatnie wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\varepsilon_3 < \frac{A_{\bar{r}} (\bar{P} R_{\bar{P}} + \bar{M}^S R_{\bar{M}^S} \varepsilon_2)}{A_{\bar{r}} - \bar{P} \tilde{z} S_{\bar{P}}}. \quad (20)$$

Zauważmy, że jeżeli zachodzi (20), to $w_2 > 0$ dla dowolnych wartości parametrów reakcji ε_i . Jeśli jednak (20) nie zachodzi, to wyrażenie w nawiasie kwadratowym w nierówności (19) jest ujemne. Wówczas $w_2 > 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy iloraz $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2 \varepsilon_3}$ jest mniejszy od pewnej dodatniej liczby. Jeśli zatem nie zachodzi (20), to warunek $w_2 > 0$ jest spełniony wtedy i tylko wtedy, gdy parametr ε_1 jest dostatecznie

mały i/lub parametry ε_2 oraz ε_3 są dostatecznie duże. Warto zauważyć, że podobny wniosek (choć inną nierówność) otrzymaliśmy wyżej, analizując ślad macierzy A .

Przyjrzyjmy się teraz drugiemu z warunków (18d). Wyznacznik R_2 ma złożoną postać, ale można go zapisać w następującej postaci⁸:

$$R_2 = - \underbrace{\varepsilon_2 \varepsilon_3 \bar{M}^S R_{\bar{M}^S}}_+ (\varepsilon_3 - \varepsilon_2 \bar{M}^S R_{\bar{M}^S}) + \varepsilon_1 \cdot [\dots] + \varepsilon_1^2 \cdot [\dots].$$

Zauważmy, że R_2 jest ciągłą funkcją m.in. parametru ε_1 , przy czym $R_2(\varepsilon_1) > 0$ dla $\varepsilon_1 = 0$, skąd wynika, że $R_2 > 0$, jeżeli parametr ε_1 jest dostatecznie mały⁹.

Ostatni z warunków (18d) jest najbardziej złożony, ponieważ

$$R_4 = \varepsilon_1 \cdot x + \varepsilon_1^2 \cdot [\dots] + \varepsilon_1^3 \cdot [\dots] + \varepsilon_1^4 \cdot [\dots], \text{ gdzie } x = \left[\frac{\varepsilon_4}{Y} (\varepsilon_2 \varepsilon_3 \bar{M}^S R_{\bar{M}^S})^3 (\varepsilon_3 - \varepsilon_2 \bar{M}^S R_{\bar{M}^S}) \right].$$

Łatwo sprawdzić, że przy standardowych założeniach $x < 0$. Zauważmy, że podobnie jak R_2 , również R_4 jest ciągłą funkcją m.in. parametru ε_1 , przy czym $R_4(\varepsilon_1) = 0$ dla $\varepsilon_1 = 0$ oraz $\partial R_4 / \partial \varepsilon_1 \rightarrow x < 0$, gdy $\varepsilon_1 \rightarrow 0^+$. Z tego wynika, że jeżeli parametr ε_1 jest dostatecznie mały, to $R_4 < 0$. Jeżeli zatem stan stacjonarny ma być stabilny, to parametr ε_1 nie może być dowolnie małą liczbą. Standardowe założenia nie determinują, niestety, znaków wyrażeń oznaczonych kropkami, a więc nie ma pewności, czy przy każdym zestawie wartości parametrów ε_i ($i = 2, 3, 4$) istnieje taka wartość parametru ε_1 , dla której $R_4 > 0$.

4. WARUNKI STABILNOŚCI

Przeprowadzona analiza prowadzi do następujących wniosków:

- 1) Jest możliwe podanie układu (trzech lub więcej) nierówności stanowiących warunki konieczne i dostateczne stabilności w naszym modelu. (Mogą to być np. warunki (18d), po uwzględnieniu wyników obliczeń.) Są one jednak tak złożone, że nie jest możliwe ich rozwiązanie, przy do tej pory sformułowanych ogólnych założeniach.
- 2) Tylko niektóre z tych warunków posiadają interpretację ekonomiczną. Sprowadza się ona do górnych i/lub dolnych ograniczeń nałożonych na parametry reakcji ε_i .
- 3) Nie można dowieść, że dla dowolnych wartości parametrów modelu spełniających standardowe założenia, istnieje taki zestaw wartości parametrów reakcji ε_i , dla których stan stacjonarny jest stabilny.

⁸ Miejsce kropek zajmują złożone wielomiany o znakach nie poddających się analizie (przy przyjętych założeniach).

⁹ Jest to warunek dostateczny (choć niekonieczny), aby wyznacznik R_2 był dodatni.

- 4) Prawdopodobnie, aby stan stacjonarny był stabilny, niektóre parametry reakcji muszą mieścić się w określonych granicach. Na przykład stwierdziliśmy wyżej, że parametr ε_1 nie powinien być ani zbyt niski, ani zbyt wysoki¹⁰.

5. EKSPERYMENT NUMERYCZNY

W celu numerycznego zbadania stabilności stanu stacjonarnego, przedstawimy wyniki prostych symulacji. W modelu z założenia stałe w czasie są wielkości egzogeniczne: R^* , P^* , T , G , \tilde{z} . Przyjmijmy następujące funkcje występujące w równaniach dynamiki:

$$\begin{aligned} A^P(Y, T, r) &= \tilde{A} + a_1(Y - T) - a_2r, & \text{gdzie } \tilde{A}, a_2 > 0, a_1 \in (0, 1], \\ R(Y, M^S, P) &= r_1Y - r_2(M^S/P), & \text{gdzie } r_1, r_2 > 0, \\ S(P) &= s_1P, & \text{gdzie } s_1 > 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Po uwzględnieniu tych założeń, model dynamiczny (7) redukuje się do postaci:

$$\begin{cases} \dot{H} = \varepsilon_4[1 - P/P^*], \\ \dot{Z} = Y - [\tilde{A} + a_1(Y - T) - a_2r + G + H], \\ \dot{P} = \varepsilon_1 \cdot \left(\tilde{z} - \frac{Z}{Y} \right) \cdot P, \\ \dot{M}^S = \varepsilon_2(R - R^*) \cdot M^S, \\ \dot{Y} = \varepsilon_3 \cdot [s_1P - Y], \end{cases} \quad (22)$$

gdzie $r = R - \dot{P}/P$ oraz $R = r_1Y - r_2(M^S/P)$. Stan stacjonarny wyznaczamy przyrównując prawe strony układu (22) do zera. Otrzymujemy wówczas:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= P^*, \quad \bar{R} = R^*, \quad \bar{r} = \bar{R}, \quad \bar{Y} = s_1\bar{P}, \quad \bar{Z} = \tilde{z}\bar{Y}, \\ \bar{H} &= -\tilde{A} - a_1(\bar{Y} - T) + a_2\bar{r} - G, \quad \bar{M}^S = \bar{P} \cdot \frac{r_1\bar{Y} - \bar{R}}{r_2}. \end{aligned} \quad (23)$$

¹⁰ Choć nie jest to warunek konieczny stabilności – przy pewnych specyficznych założeniach istnieć może tylko jedna (dolna lub górna) granica stabilności dla ε_1 ; por. symulacje poniżej.

Otrzymany układ równań różniczkowych (22) nie jest liniowy (ze względu chociażby na zależność R od M^S , Y i P), ale jego dynamikę w otoczeniu stanu równowagi można w przybliżeniu opisać układem liniowych równań różniczkowych. Jak już wiemy, układ równań dynamiki zlinearyzowanego modelu można zapisać w postaci macierzowej (9), przy czym macierze D i B mają obecnie następującą postać (por. (10) i (11)):

$$D = \begin{bmatrix} \varepsilon_4/P^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1\bar{P}/\bar{Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon_2\bar{M}^S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & \varepsilon_1 a_2 / \bar{Y} & a_2 r_2 \bar{M}^S & -a_2 r_2 & 1 - a_1 + a_2 (r_1 - \varepsilon_1 \tilde{z} / \bar{Y}) \\ 0 & -1 & 0 & 0 & \tilde{z} \\ 0 & 0 & r_2 \bar{M}^S & -r_2 & r_1 \\ 0 & 0 & s_1 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Rozwiązanie zlinearyzowanego układu równań różniczkowych (9) z macierzami D , B postaci (24), (25) można przedstawić w formie:

$$\begin{bmatrix} H(t) - \bar{H} \\ Z(t) - \bar{Z} \\ P(t) - \bar{P} \\ M^S(t) - \bar{M}^S \\ Y(t) - \bar{Y} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^5 s_i e^{\lambda_i t} h^i, \quad (26)$$

gdzie e jest stałą Eulera, λ_i ($i = 1, \dots, 5$) są pierwiastkami charakterystycznymi macierzy $A = DB$, natomiast h^i odpowiadającymi im wektorami własnymi macierzy A .

Jeżeli znamy stan początkowy gospodarki w momencie $t = 0$, czyli wartości $H(0)$, $Z(0)$, $P(0)$, $M^S(0)$ oraz $Y(0)$, to stałe s_i wyliczamy z układu (26) dla $t = 0$.

Przeanalizujemy prosty, czysto hipotetyczny przykład, przyjmując następujący bazowy zestaw parametrów oraz wartości początkowych¹¹:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 = 0,05, \varepsilon_2 = 0,3, \varepsilon_3 = 0,5, \varepsilon_4 = 0,5, \tilde{A} = 30, a_1 = 0,95, a_2 = 120, \\ \tilde{z} = 0,25, r_1 = 0,002, r_2 = 0,004, R^* = 5\%, P^* = 1, G = T = 300, \end{aligned} \quad (27)$$

$$H(0) = 0, Z(0) = 250, P(0) = 0,9, M^S(0) = 310, Y(0) = 720.$$

Wyjaśnijmy, że przyjęte wartości nie są oparte na żadnych danych statystycznych. Część z tych parametrów dałoby się być może skalibrować w oparciu o takie dane, jednak większość (a z pewnością wszystkie parametry reakcji ε_i) nie ma żadnego odpowiednika w statystyce. Dlatego prezentowane wyniki obliczeń należy traktować wyłącznie jako ilustrację działania modelu.

Przy założeniach (27), wartości zmiennych w stanie stacjonarnym obliczone ze wzorów (23) wynoszą:

$$\bar{P} = 1, \bar{R} = 5\%, \bar{Y} \cong 800, \bar{Z} = 200, \bar{H} = 1, \bar{M}^S \cong 387,5. \quad (28)$$

Macierz A ma w naszym przykładzie postać:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,5 & 0 & 0 \\ -1 & 0,0075 & 186 & -0,48 & 0,288125 \\ 0 & -0,0000625 & 0 & 0 & 0,000015625 \\ 0 & 0 & 180,188 & -0,465 & 0,2325 \\ 0 & 0 & 400 & 0 & -0,5 \end{bmatrix}.$$

Obliczając pierwiastki charakterystyczne tej macierzy dostajemy parę sprzężonych pierwiastków zespolonych $\lambda_1 \cong \alpha + \beta i$, $\lambda_2 \cong \alpha - \beta i$, gdzie $\alpha \cong -0,00749609$, $\beta \cong 0,0511086$ oraz trzy pierwiastki rzeczywiste $\lambda_3 \cong -0,58482$, $\lambda_4 \cong -0,344159$,

¹¹ Zestaw ten w znacznej części pokrywa się z wartościami przyjmowanymi we wcześniejszych naszych pracach, co ułatwia porównanie wyników symulacji.

$\lambda_5 \cong -0,0135288$.¹² Pierwiastkom zespolonym odpowiada para sprzężonych wektorów własnych $h^1 = v^1 + iv^2$ oraz $h^2 = v^1 - iv^2$, gdzie:

$$v^1 = \begin{bmatrix} -0,00583144 \\ 0,62014161 \\ 0,00024679 \\ 0,27847903 \\ 0,25209558 \end{bmatrix}, \quad v^2 = \begin{bmatrix} 0,00326971 \\ 0 \\ 0,00064509 \\ 0,47592264 \\ 0,49776912 \end{bmatrix},$$

natomiast pierwiastkom rzeczywistym λ_3 , λ_4 i λ_5 odpowiadają rzeczywiste wektory własne:

$$h^3 = \begin{bmatrix} -0,00007037 \\ -0,67316081 \\ -0,00008231 \\ -0,62942665 \\ 0,38817083 \end{bmatrix}, \quad h^4 = \begin{bmatrix} 0,00015691 \\ 0,66403437 \\ 0,00010800 \\ 0,69441304 \\ 0,27721624 \end{bmatrix}, \quad h^5 = \begin{bmatrix} -0,02985783 \\ -0,34094481 \\ -0,00080788 \\ -0,66452791 \\ -0,66427942 \end{bmatrix}.$$

Trajektorie zmiennych endogenicznych modelu w postaci trygonometrycznej można wyrazić wzorem:

$$\begin{bmatrix} H(t) \\ Z(t) \\ P(t) \\ M^S(t) \\ Y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{H} \\ \bar{Z} \\ \bar{P} \\ \bar{M}^S \\ \bar{Y} \end{bmatrix} + s_1(v^1 \cos \beta t - v^2 \sin \beta t)e^{\alpha t} + s_2(v^2 \cos \beta t - v^1 \sin \beta t)e^{\alpha t} + \sum_{i=3}^5 s_i e^{\lambda_i t} h^i. \quad (29)$$

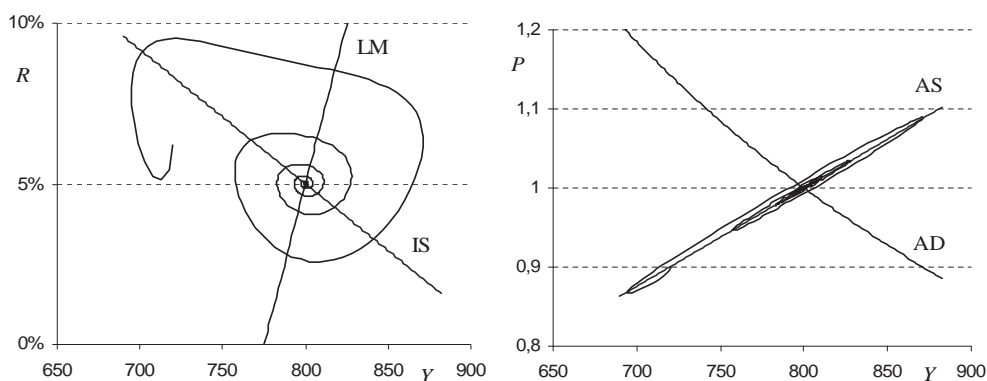
Stałe s_i ($i = 1, \dots, 5$) znajdujemy rozwiązując liniowy układ równań, powstały przez podstawienie do (29) wartości zmiennych w momencie początkowym. Układ ten ma postać:

¹² Wszystkie te pierwiastki mają ujemne części rzeczywiste, co na mocy twierdzenia Lapunowa zapewnia lokalną asymptotyczną stabilność stanu równowagi.

$$\begin{bmatrix} H(0) \\ Z(0) \\ P(0) \\ M^S(0) \\ Y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{H} \\ \bar{Z} \\ \bar{P} \\ \bar{M}^S \\ \bar{Y} \end{bmatrix} + s_1 v^1 + s_2 v^2 + \sum_{i=3}^5 s_i h^i. \quad (30)$$

Rozwiązując ten układ otrzymujemy: $s_1 \cong 99,7053$, $s_2 \cong -199,087$, $s_3 \cong -7,81659$, $s_4 \cong -29,8086$, $s_5 \cong -7,92119$. Podstawiając wyliczone wartości do (29) otrzymujemy wzory na trajektorie poszczególnych zmiennych, wychodzące z danego stanu początkowego.

Poniższy rysunek przedstawia ciągle trajektorie $(Y(t), R(t))$ oraz $(Y(t), P(t))$ wyliczone w opisany sposób, gdzie $R(t) = r_1 Y(t) - r_2 (M^S(t)/P(t))$. Startując ze stanu początkowego $(Y(0), R(0), P(0), \dots) = (720, 6.22\%, 0.9, \dots)$, gospodarka zmierza z czasem do stanu stacjonarnego leżącego w punkcie przecięcia krzywej IS i prostej $R = R^* = 5\%$ (na pierwszym rysunku). Odpowiada mu punkt przecięcia prostych AS i AD (na drugim rysunku).

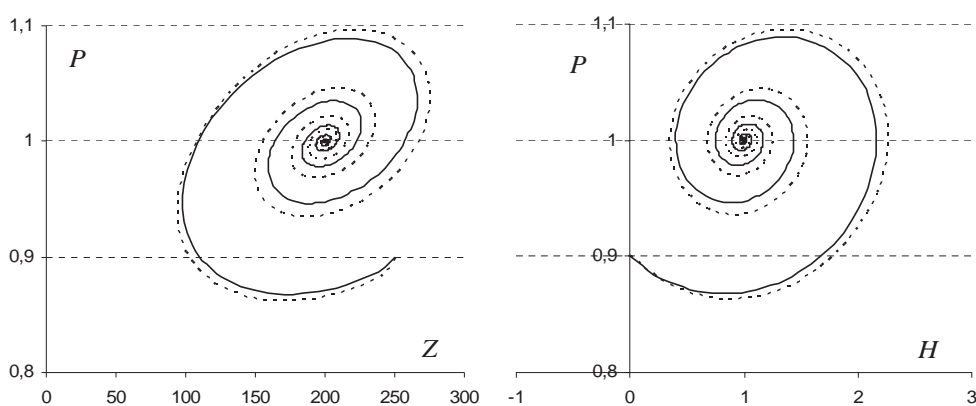


Rysunek 1. Zbieżność do stanu równowagi w przykładowych symulacjach

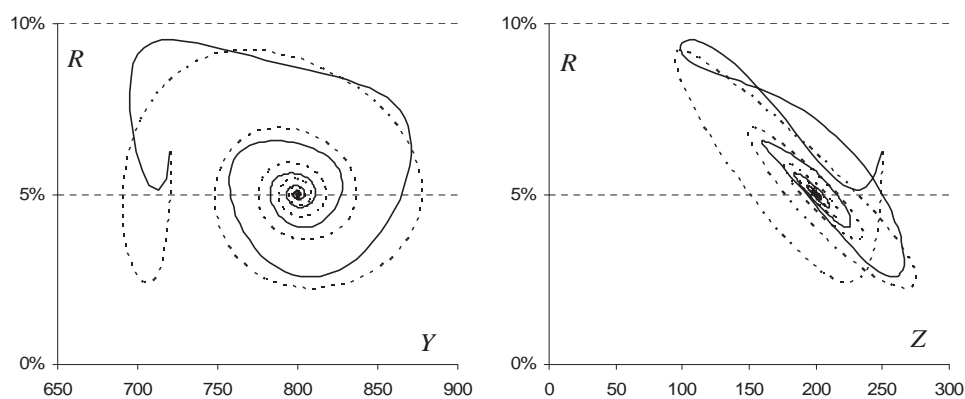
Jak widać, gospodarka znajduje się cały czas blisko krzywej AS, co wynika stąd, że w przedstawionym przykładzie firmy silnie (szybko) reagują na nieodpowiedni poziom produkcji (parametr reakcji ε_3 jest względnie wysoki), a ponadto przypadkiem początkowy poziom produkcji (720) jest równy optymalnemu przy początkowym poziomie cen (0,9). Punkt początkowy leży zatem na krzywej AS¹³.

¹³ Dla zaspokojenia własnej ciekawości zmienialiśmy $Y(0)$ tak, aby punkt początkowy leżał daleko od krzywej AS. Okazało się, że nawet w takich przypadkach trajektorja bardzo szybko dochodzi do krzywej AS i porusza się w przybliżeniu wzdłuż niej.

Trajektorie poszczególnych zmiennych modelu mają postać typowych, sinusoidalnych krzywych o gasnącej amplitudzie. Dlatego nie przedstawiamy tu żadnych wykresów w przestrzeni stanów¹⁴. Zamieszczamy natomiast cztery rysunki ilustrujące trajektorie niektórych par zmiennych w przestrzeni fazowej, uzyskane z rozwiązania modelu ciągłego (linia ciągła) i jego dyskretnego odpowiednika (linia przerywana). Jak widać z wykresów, model dyskretny stanowi dość dobre przybliżenie modelu ciągłego – ogólny kształt trajektorii w obu przypadkach jest podobny. Istotna rozbieżność pojawia się jedynie na początku horyzontu.



Rysunek 2a. Trajektorie w przestrzeni fazowej otrzymane przy bazowym zestawie parametrów dla modelu ciągłego (linia ciągła) i jego dyskretnego odpowiednika (linia przerywana)



Rysunek 2b. Trajektorie w przestrzeni fazowej otrzymane przy bazowym zestawie parametrów dla modelu ciągłego (linia ciągła) i jego dyskretnego odpowiednika (linia przerywana)

¹⁴ Na podstawie podanych wyników można samodzielnie wykreślić trajektorie poszczególnych zmiennych.

6. NUMERYCZNE BADANIE STABILNOŚCI STANU RÓWNOWAGI

Aby zilustrować przedstawioną wcześniej teoretyczną analizę stabilności, przeprowadzimy teraz numeryczną analizę wpływu zmian niektórych parametrów modelu na stabilność stanu stacjonarnego. Biorąc za punkt wyjścia bazowy zestaw parametrów i założeń (27) i (21), modyfikujemy każdorazowo jeden wybrany parametr, poszukując wartości granicznych, których przekroczenie powoduje utratę stabilności. Na przykład stopniowo zmniejszając parametr reakcji ε_1 otrzymujemy dolną granicę stabilności dla tego parametru, która jest w przybliżeniu równa 0,0233. Zmniejszenie parametru ε_1 poniżej tego poziomu (przy innych założeniach z zestawu bazowego) powoduje, że warunki konieczne i dostateczne stabilności (18d) nie są spełnione. (Co najmniej jeden z pierwiastków charakterystycznych posiada dodatnią część rzeczywistą.). Poniższe zestawienie podsumowuje wyniki takiego poszukiwania dolnych i górnych granic stabilności.

Tabela 1.

Granice stabilności dla parametrów reakcji
(przy pozostałych z zestawu bazowego)

	dolna granica stabilności	górną granicę stabilności
ε_1	0,0233	0,7289
ε_2	0,0327	0,4100
ε_3	0,1370	–
ε_4	–	1,1280

Źródło: obliczenia własne.

Zgodnie z oczekiwaniami okazało się, że aby stan stacjonarny był stabilny niektóre parametry reakcji nie mogą przekraczać określonych górnych i/lub dolnych wartości granicznych.

Oczywiście otrzymane liczby należy traktować z rezerwą, jako, że dotyczą one jedynie opisanego wcześniej bazowego zestawu parametrów, który wcale nie musi odpowiadać jakiegokolwiek konkretnej gospodarce. Niemniej jednak warto chyba pokusić się o interpretację tych wyników, choćby dlatego, że wyniki naszych symulacji są realistyczne, przynajmniej w sensie uzyskanych proporcji między zmiennymi modelu. Szczególnie interesujący wydaje się rezultat otrzymany dla parametru opisującego prędkość przepływu pieniądza między krajami unii monetarnej (ε_2). Okazało się, że zarówno zbyt wysoka, jak i nadmiernie niska mobilność pieniądza w unii skutkować może niestabilnością w omawianej małej gospodarce. Na marginesie dodajmy, że otrzymana tu wartość (0,41) jest bardzo wysoka (wydaje się w praktyce nieosiągalna). Taka wartość oznaczałaby bowiem, że różnica w poziomach stóp procentowych

$R - R^* = 1\%$ skutkuje wzrostem podaży pieniądza w kraju (w ciągu jednego roku) o 41%¹⁵.

W pełni osiągalna jest natomiast górna granica stabilności dla parametru ε_4 , wynosząca (w naszym przykładzie) około 1,128. Wartość ta oznaczałaby, że gdyby w danym roku ceny w kraju były o 10% niższe niż za granicą ($P/P^* = 0,9$), to w kolejnym roku bilans handlowy wzrósłby o 1,128, co stanowiłoby (w tym przykładzie) tylko około 0,1–0,2% produkcji¹⁶. Zatem jest możliwe, że niektóre małe kraje o nazbyt wysokiej wrażliwości bilansu handlowego na różnice w poziomach cen mogą w warunkach unii monetarnej doświadczyć problemów ze stabilnością gospodarki.

Oczywiście, nie można też w praktyce wykluczyć sytuacji, kiedy niektóre parametry reakcji w pewnych krajach będą niższe od dolnej granicy stabilności, co również może skutkować gwałtownymi wahaniami w tych gospodarkach. Biorąc pod uwagę liczby otrzymane w przykładzie stwierdzić można, że realna (osiągalna) jest dolna granica stabilności dla ε_1 – wystarczy tylko, aby niepożądane zmiany zapasów towarów prowadziły do dostatecznie powolnych zmian cen. Wartość 0,023 oznaczałaby, że nadmierne zapasy na poziomie $Z/Y - \tilde{z} = 10\%$ wywołałyby obniżkę cen o tylko 0,23% (w ciągu jednego roku). Wydaje się, że w praktyce można spotkać tak słabe reakcje cen¹⁷.

Podobnie realna wydaje się dolna granica stabilności dla parametru ε_3 . Wartość 0,137 oznacza, że w ciągu jednego roku niwelowane jest (przez odpowiednią zmianę poziomu produkcji) jedynie 13,7% różnicy między optymalnym a faktycznym poziomem produkcji.

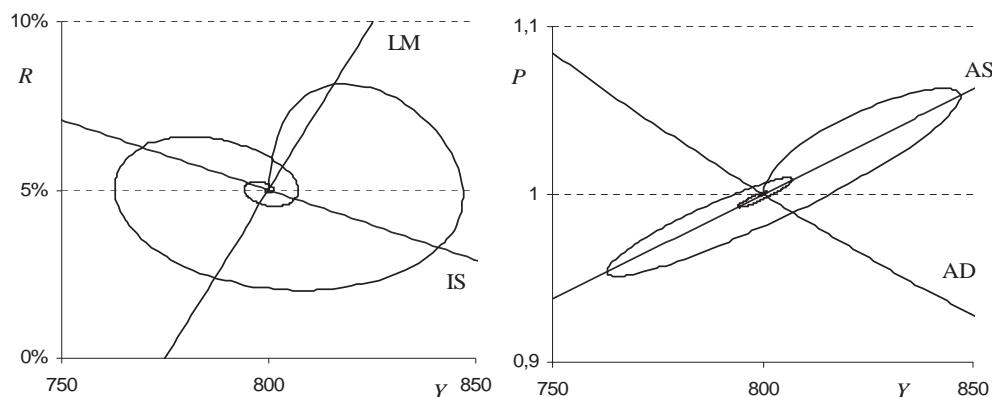
7. NIESKUTECZNOŚĆ POLITYKI FISKALNEJ W ŚREDNIM OKRESIE – UJĘCIE DYNAMICZNE

Stosując metody statycznej analizy porównawczej, w artykule Konopczyńskiego (2006) wykazaliśmy całkowitą nieskuteczność ekspansywnej polityki fiskalnej w warunkach UGW, która wynika z ujawniającego się w średnim okresie mechanizmu wyrównywania się cen w unii. Teraz przyjrzymy się jej raz jeszcze w ujęciu dynamicznym, wykorzystując przeprowadzone symulacje. Przyjmijmy następujące założenia. Gospodarka znajduje się początkowo w stanie równowagi, odpowiadającym bazowemu zestawowi parametrów (32). Stan ten jest określony wzorami (28). Leży on w punkcie przecięcia krzywych IS i LM oraz AD i AS, przedstawionych na poniższych wykresach.

¹⁵ W modelu dyskretnym górna granica stabilności dla ε_2 jest nieco niższa – wynosi około 0,385, co jednak wydaje się równie nieosiągalne w praktyce.

¹⁶ W modelu dyskretnym górna granica stabilności dla tego parametru jest nawet niższa (wynosi około 1).

¹⁷ Być może warto w przyszłości spróbować metodami ekonometrycznymi oszacować przynajmniej niektóre z omawianych parametrów reakcji.



Rysunek 3. Ilustracja efektów ekspansywnej polityki fiskalnej

W początkowym (krótkim okresie) następuje rozluźnienie polityki fiskalnej, polegające na zwiększeniu wydatków budżetowych z 300 do 310, przy niezmiennych podatkach na poziomie 300. Ten podwyższony poziom G utrzymuje się jedynie przez 7 pierwszych okresów, po czym wraca do poziomu 300. Jakie są skutki tej polityki?

Początkowo pojawia się wzrost produkcji, któremu towarzyszy inflacja. Jednocześnie wzrasta też stopa procentowa R , co powoduje stopniowy wzrost podaży pieniądza, dzięki napływowi kapitału z zagranicy. Wkrótce następuje przegrzanie gospodarki: wyższe stopy procentowe ograniczają krajowy popyt inwestycyjny i konsumpcyjny, narastają zapasy niesprzedanych towarów, co zachęca do obniżek cen. To zaś wpływa negatywnie na optymalny poziom produkcji i skutkuje stopniowym ograniczaniem produkcji. Można zauważyć, że (po dwóch szybko wygasających fazach wzrostu i spadku), gospodarka wraca do poprzedniego położenia – tego samego punktu, z którego startowała. W ten sposób ujawnia się działanie mechanizmu wyrównywania się cen w UGW w średnim okresie. Wyższe ceny, które są efektem rozluźnienia polityki fiskalnej, pogarszają pozycję konkurencyjną kraju, co wpływa negatywnie na bilans handlowy, a pośrednio także na produkcję. Równowaga jest osiągnięta dopiero po powrocie gospodarki do pierwotnego stanu stacjonarnego.

Warto podkreślić, że krótkotrwałe rozluźnienie polityki fiskalnej przynosi w zasadzie same negatywne skutki. Następuje silne rozchwianie gospodarki, po czym wraca ona do pierwotnego stanu. Oczywiście, wzrost wydatków budżetowych musi też skutkować wzrostem długu publicznego (czego w tym modelu nie uwzględniamy). Produkcja rośnie jedynie przez krótki, początkowy okres, po czym następuje recesja.

8. PODSUMOWANIE

Przedstawiliśmy model, który – jak sądzimy – może stanowić uproszczony opis procesu konwergencji stóp procentowych w strefie euro powiązanego z konwergencją poziomów cen. Może zatem opisywać proces wychodzenia strefy euro z trwającego kryzysu, który będzie wiązał się zapewne z ponownym zanikiem różnic w stopach procentowych. Jest też inna interpretacja przedstawionego modelu. Może on opisywać proces konwergencji uruchamiany z chwilą wejścia do unii monetarnej nowego kraju, w którym początkowo stopy procentowe odbiegają od średniej dla całej UGW. Badaliśmy własności modelu, koncentrując się na warunkach stabilności. Doszliśmy do wniosku, że mimo bardzo prostej struktury modelu, nierówności stanowiące warunki konieczne i dostateczne stabilności gospodarki są tak złożone, że nie jest możliwe ich rozwiązanie analityczne. Warunki te sprowadzają się w zasadzie do pewnych górnych i/lub dolnych ograniczeń nałożonych na parametry reakcji ε_i . Zatem kluczowe znaczenie dla stabilności gospodarki ma siła (tempo) reakcji podmiotów gospodarczych na nierównowagi pojawiające się na różnych rynkach. W dużym uproszczeniu, reakcje nie mogą być ani zbyt wolne, ani zbyt szybkie.

Warto też podkreślić, że w świetle uzyskanych wniosków badanie stabilności w modelach będących rozwinięciami przedstawionego tu modelu nie rokuje raczej nadziei na uzyskanie przejrzystych wniosków ekonomicznych. W modelach takich warunki konieczne i dostateczne stabilności prowadzą do układu bardzo skomplikowanych nierówności, nie posiadających czytelnej interpretacji ekonomicznej. Wynikać z nich mogą jedynie pewne wnioski dotyczące parametrów reakcji.

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

LITERATURA

- [1] Brock W.A., Malliaris A.G., (1996), *Differential Equations, Stability and Chaos in Dynamic Economics*, Elsevier.
- [2] Carlberg M., (2007), *Macroeconomics of Monetary Union*, Springer.
- [3] De Grauwe, P., (2007), *Economics of Monetary Union*, 7th edition, Oxford University Press.
- [4] EBC (2005), *Monetary Policy and Inflation Differentials in a Heterogenous Currency Area*, ECB Monthly Bulletin, nr 5.
- [5] Gandolfo G., (1980), *Economic Dynamics: Methods and Models*, North-Holland.
- [6] Gandolfo G., (1997), *Economic Dynamics: Study Edition*, Springer-Verlag.
- [7] Holt C., Modigliani F., Muth J., Simon H., (1960), *Planning, Production, Inventories and the Work Force*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- [8] Komisja Europejska (1990), *One Market, One Money: An Evaluation of the Potential Benefits and Costs of Forming an Economic and Monetary Union*, European Economy, 44.
- [9] Konopczyński M., (2006), *Skuteczność polityki fiskalnej w unii gospodarczej i walutowej*, *Ekonomista*, 5, 619–646.

- [10] Konopczyński M., (2009), *Krótkookresowy symulacyjny model cyklu koniunkturalnego w Unii Gospodarczej i Walutowej z zapasami w roli głównej*, w: J. Czech-Rogosz, J. Pietrucha, R. Żelazny (red.), *Koniunktura gospodarcza. Od bańki internetowej do kryzysu subprime*, Wydawnictwo C. H. Beck, Warszawa, 59–72.
- [11] Parsley, David & Wei, Shang-Jin (2008), *In Search of a Euro Effect: Big Lessons from a Big Mac Meal?*, *Journal of International Money and Finance*, 27 (2), 260–276.
- [12] Pentecost, E.J., van Poeck A., (2001), red., *European Monetary Integration: Past, Present and Future*, Edward Elgar.
- [13] Rogers J.H., Hufbauer C.G., Wada E., (2001), *Price Level Convergence and Inflation in Europe*, Institute for International Economics, Working Paper No. 01-1.
- [14] Romer D., (1996), *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill.
- [15] Sachs J.D., Larrain F.B., (1993), *Macroeconomics in the Global Economy*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs.
- [16] Sosvilla-Rivero S., Gil-Pareja S., (2002), *Price Convergence in the European Union*, Documento de Trabajo, Working paper, May 2002.
- [17] Temperton P., (2001), *EURO. Wspólna waluta*, Felberg SJA, Warszawa.
- [18] Wolszczak-Derlacz J., (2010), *Does One Currency Mean One Price?*, *Eastern European Economics*, 48 (2), 87–114.
- [19] Wyplosz Ch., (2006), *European Monetary Union. The Dark Sides of a Major Success*, *Economic Policy*, 21, 207–261.

STABILNOŚĆ MAŁYCH GOSPODAREK WCHODZĄCYCH DO UNII MONETARNEJ W ŚWIETLE PEWNEGO MODELU BEHAWIORALNEGO

Streszczenie

W artykule przedstawiamy prosty, behawioralny model imitujący dynamikę małej gospodarki wchodzącej do unii gospodarczej i walutowej (UGW). Model uwzględnia m.in. proces konwergencji cen nominalnych w unii i jego wpływ na bilans handlowy, kształtowanie się cen w zależności od poziomu zapasów oraz przepływy kapitału finansowego niwelujące różnice w stopach procentowych na obszarze unii. Przy pomocy znanych metod analizy układów równań różniczkowych, badamy warunki stabilności gospodarki. Wykazujemy, że mają one postać ograniczeń na parametry behawioralne modelu, odzwierciedlające siłę reakcji podmiotów gospodarczych na nierównowagę. W celu zilustrowania tych wniosków, przedstawiamy symulacje komputerowe. Na koniec, przedstawiamy dynamiczną analizę procesu przejścia pomiędzy dwoma stanami równowagi, wywołanego przez ekspansję fiskalną.

Słowa kluczowe: unia monetarna, polityka fiskalna, euro, warunki stabilności stanu równowagi

THE STABILITY OF SMALL ECONOMIES IN THE MONETARY UNION IN THE LIGHT
OF A SIMPLE BEHAVIORAL MODEL

A b s t r a c t

The article introduces a simple behavioral model for simulating the dynamics of a small economy, that is a member of the Economic and Monetary Union (EMU). The model takes account, among others, of the process of nominal convergence of prices in the EMU and its impact on the trade balance, the evolution of prices depending on the level of stocks and flows of financial capital. With the help of certain methods of analysis of systems of differential equations, we are examining the conditions for stability of the economy. We show that they have the form of certain restrictions on behavioral parameters, which reflect the strength of the reaction of economic agents to imbalances. To illustrate these proposals, we carry out computer simulations. Finally, we present a dynamic analysis of the process of transition between two states of equilibrium, induced by fiscal expansion.

Keywords: monetary union, fiscal policy, euro, stability conditions